τὸ οἰκονομικώτερον διατάξεως τῶν ἐν τῇ μελέτῃ ἐκείνῃ προτεινομένων ἔργων ἐνισχύσεως τῆς κοιτοστρώσεως τῆς μεγάλης δεξαμενῆς, ὑπολογισθέντων ἐπὶ τῇ βάσει τῆς πλήρους ὑδατοπιέσεως, τῆς ἀνταποκρινομένης εἰς ὁλόκληρον τὴν πιεζομετρικὴν στήλην h καὶ ὁλόκληρον τὴν ὑποεπιφάνειαν.

Ἐπιχειροῦντες τελευταῖον νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ πάχος (x) ὅπερ ἔδει νὰ εἶχεν ἡ κοιτόστρωσις τῆς μεγάλης δεξαμενῆς, μὴ συνυπολογιζομένης τῆς ἐκ τῆς προσφύσεως ἀντιστάσεως, καὶ ἐπὶ τῇ βάσει πιεζομετρικῆς στήλης 0,80h εὑρίσκομεν κατὰ σειράν:

α.— Πάχος x κοιτοστρώσεως τοῦ διαρραγέντος τμήματος διὰ τὴν ἀναπτυχθεῖσαν κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς διαρρήξεως πίεσιν $h = 8{,}00 + x$ (ὅρα σχῆμα 4)

$$\begin{aligned} p &= \gamma \cdot m \cdot (8{,}00 + x) - 2300\,x \\ &= 1029 \cdot 0{,}80(8{,}00 + x) - 2300\,x \\ &= 6585{,}6 - 1476{,}8\,x \end{aligned}$$

Ἐὰν δεχθῶμεν ἀνεκτὴν τάσιν διὰ τοιχοποιΐαν μετὰ σιμεντοκονίας K = 2000 χγ./τετρ. μέτρον, θέλομεν ἔχει:

$$2000 = \frac{(6585{,}6 - 1476{,}8 \cdot x)20{,}3^2}{6 \cdot x^2}$$

ἐξ οὗ $x = \underline{\underline{4{,}10}}$ μ.

β.— Πάχος x κοιτοστρώσεως ἐν γένει ἐπὶ τῇ βάσει τῆς βαθυτέρας διατομῆς (σχῆμα 5) διὰ τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὰ ὑπόγεια ὕδατα ἤθελον φθάσει τὴν στάθμην τῆς θαλάσσης ἤτοι διὰ $h = 9{,}90 + x$

$$\begin{aligned} p &= 1029 \cdot 0{,}80(9{,}90 + x) - 2300 \cdot x \\ &= 8149{,}7 - 1476{,}8 \cdot x \end{aligned}$$

Καὶ ἐὰν μὲν θέλωμεν νὰ μὴ ἐργάζηται ποσῶς ἡ τοιχοποιΐα εἰς ἐφελκυσμόν, ὅπερ καὶ τὸ φρονιμώτερον, τότε πρέπει νὰ εἶναι $p = 0$, ἤτοι:

$$x = \frac{8149{,}7}{1476{,}8} = \underline{\underline{5{,}50}}\ \text{μ.}$$

Ἐὰν δὲ δεχθῶμεν ἀνεκτὴν τάσιν διὰ τοιχοποιΐαν μετὰ σιμεντοκονίας K = 2000 χγ./τετρ. μέτρου, θέλομεν ἔχει:

$$2000 = \frac{(8149{,}7 - 1476{,}8 \cdot x)20{,}3^2}{6 \cdot x^2}$$

ἐξ οὗ $x = \underline{\underline{5{,}00}}$ μ.

Ἐν Ἀθήναις τῇ 26 Δεκεμβρίου 1909.

Α. ΓΚΙΝΗΣ

ΣΥΜΒΟΛΗ
ΕΙΣ ΤΗΝ ΝΕΑΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ
(ΤΩΝ ΜΕΓΑΛΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ)

Εἰσαγωγή.

Ὁ διάσημος Lagrange ἔλεγεν, ὅτι ὁ Newton ὑπῆρξεν ὁ μεγαλοφυέστερος καὶ εὐτυχέστερος θνητός· διότι ἅπαξ ἀνακαλύπτει τις σύστημα πρὸς μηχανικὴν ἐξήγησιν τοῦ κόσμου! Ἡ Μηχανικὴ τοῦ Newton ἐθεωρεῖτο μετὰ πεποιθήσεως ἀδιάσειστος. Ἀλλ' ἡ ἱστορία ἰδίᾳ τῶν Φυσικῶν ἐπιστημῶν διδάσκει, ὅτι καὶ ἐκ τῆς ἀμφιβολίας τῶν Σκεπτικῶν ἐξέρχεται πολλάκις ἐπιστημονικὴ θετικότης καταρρίπτουσα ὑπὸ τὴν βαρεῖαν τῆς προόδου σκαπάνην καὶ ἀπατηλὰς τῶν αἰσθήσεων ἐντυπώσεις καὶ παλαιὰς παραδόσεις ἢ ὑποθέσεις ἀνεγείρουσα ἐπὶ τῶν ἐρειπίων αὐτῶν νέον ἰδεῶν καὶ ἐφευρέσεων κόσμον. Οἱ δὲ λόγοι, δι' οὓς ἡ Μηχανικὴ τοῦ Newton ἐτέθη ἐν ἀμφιβόλῳ ἀντικαθισταμένη ὑπὸ τῆς νέας Μηχανικῆς τῶν μεγάλων ταχυτήτων καὶ ἀποτελοῦσα μερικὴν περίπτωσιν ταύτης εἶναι ἰδίως οἱ ἀκόλουθοι:

1) Ἡ θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς Δυναμικῆς τοῦ Newton διδάσκει, ὅτι τὰ ἀποτελέσματα δυνάμεως δρώσης ἐπὶ κινητοῦ σώματος εἶναι ἀνεξάρτητα τῆς πρότερον κεκτημένης ταχύτητος αὐτοῦ, ἤτοι ἐὰν ἡ αὐτὴ δύναμις ἐνεργῇ διαδοχικῶς ἐπὶ τοῦ κινητοῦ ἀπὸ τῆς ἠρεμίας μετὰ τῆς ταχύτητος v κατὰ δευτερόλεπτον, μετὰ ν δευτερόλεπτα ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ γίνεται νv. Αὕτη δὲ ἡ ἀρχὴ ἀμφισβητεῖται ἤδη· διότι ἀπεδείχθη, ὅτι, ἐὰν ἡ αὐτὴ δύναμις ἐνεργῇ διαδοχικῶς, μετὰ ἕν, δύο, τρία, . . . δευτερόλεπτα τὸ ἀποτέλεσμα αὐτῆς εἶναι μικρότερον τοῦ ἀμέσως προηγουμένου, ὃν ἐν γένει τοσάκις μικρότερον, ὅσον ἡ ἤδη κεκτημένη ταχύτης ὑπὸ τοῦ κινητοῦ εἶναι μεγαλειτέρα. Ἐπειδὴ δὲ αἱ διαδοχικαὶ αὗται αὐξήσεις τῆς ταχύτητος εἶναι ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικραὶ καὶ ἑπομένως ἡ ταχύτης αὐξάνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον βραδέως, ὑπάρχει ὅριον, τὸ ὁποῖον οὐδέποτε δύναται νὰ ὑπερβῇ ἡ ταχύτης αὕτη ἐπὶ ὁσονδήποτε χρόνον καὶ ἂν ἐνεργῇ ἡ κινοῦσα δύναμις· τὸ δὲ ὅριον τοῦτο εἶναι ἡ τοῦ φωτὸς ταχύτης. Οὕτω δὲ ἡ ἀδράνεια τῆς ὕλης ἐμφανίζεται τοσοῦτον μεγαλειτέρα, ὅσον ἡ ὕλη κινεῖται ταχύτερον, ἤτοι ἡ μᾶζα ὑλικοῦ σώματος δέν εἶναι ἤδη σταθερά, ἅτε αὐξανομένη μετὰ τῆς ταχύτητος αὐτοῦ. Ἐπὶ πλέον, πᾶν κινητὸν ἕνεκα τῆς ἀδρανείας ἀνθίσταται εἴτε εἰς τὴν αἰτίαν τὴν τείνουσαν νὰ ἐπιταχύνῃ τὴν κίνησιν αὐτοῦ

εἴτε εἰς τὴν αἰτίαν τὴν τείνουσαν νὰ μεταβάλῃ τὴν διεύθυνσιν αὐτοῦ. Ἀλλ' ἐὰν ἡ ταχύτης ἦναι πολὺ μεγάλη, ἡ ἀντίστασις αὕτη δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ κατ' ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις ταύτας, ὡς ἀπεδείχθη διὰ πειραμάτων (Kaufmann, Bucherer) ἐπὶ τῶν ἀκτίνων β τοῦ ραδίου.

2) Ἡ Μηχανικὴ τοῦ Newton δέχεται τὴν ἀρχὴν τῶν σχετικῶν κινήσεων καὶ τοὺς ἐκ ταύτης συναγομένους νόμους. Ἡ θεμελιώδης αὕτη ἀρχὴ ἤρκει μὲν διὰ καθαρῶς μηχανικὰ φαινόμενα, ἀλλ' οὐχὶ καὶ διὰ σπουδαῖά τινα μέρη τῆς Φυσικῆς, π. χ. τῆς Ὀπτικῆς. Ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς ἐθεωρεῖτο ὡς ἀπόλυτος ἐν σχέσει πρὸς τὸν αἰθέρα καὶ ἠδύνατο νὰ μετρηθῇ, ὡς ἐξάγεται ἐν γένει καὶ ἐκ τοῦ φαινομένου τῆς ἀποπλανήσεως τοῦ φωτὸς τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων. Ἀλλ' ἐν τῇ νέᾳ Μηχανικῇ ἡ ἀρχὴ τῶν σχετικῶν κινήσεων ἔχει ὅλως ἰδιαιτέραν σημασίαν στηριζομένην κατὰ Lorentz ἐπὶ τῆς ἑρμηνείας τοῦ φαινομένου ἢ τοπικοῦ χρόνου, ὃν ἔχουσι κατὰ πᾶσαν χρονικὴν στιγμὴν δύο διάφοροι ἐπὶ τῆς Γῆς τόποι Α καὶ Β μὴ κείμενοι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ μεσημβρινοῦ, ἐξ ὧν ἀνταλλάσσονται διὰ τοῦ ἄνευ σύρματος τηλεγράφου σήματα πρὸς καθορισμὸν τοῦ χρόνου τῶν χρονομέτρων αὐτῶν. Ἐὰν ὁ τόπος Α ἦναι δυτικὸς πρὸς τὸν τόπον Β, πᾶν σῆμα ἐκ τοῦ Α ἔρχεται εἰς τὸν Β, ἐν ᾧ συγχρόνως οἱ δύο οὗτοι τόποι χωροῦσι πρὸς ἀνατολὰς ἐν σχέσει πρὸς τὸν αἰθέρα τὸν φορέα τῶν ἠλεκτρικῶν κυμάτων, εἰς μακρότερον χρόνον ἢ ἐὰν οἱ δύο οὗτοι τόποι εὑρίσκοντο ἐν ἠρεμίᾳ· τοὐναντίον δὲ πᾶν σῆμα ἐκ τοῦ Β ἔρχεται εἰς τὸν Α εἰς χρόνον προφανῶς βραχύτερον. Ὥστε κατὰ τὴν ἀνταλλαγὴν τῶν σημάτων τούτων εἶναι ἀπολύτως ἀδύνατον οἱ παρατηρηταὶ τῶν τόπων Α καὶ Β νὰ γινώσκωσιν, ἐὰν τὰ χρονόμετρα αὐτῶν δεικνύωσιν ἢ μὴ τὴν αὐτὴν ὥραν· ὁ παρατηρητὴς τοῦ Β δύναται νὰ γινώσκῃ μόνον μίαν φαινομένην χρονικὴν διαφοράν, ἓν εἶδος τοπικοῦ χρόνου (δοθέντος, ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς εἶναι 300,000 χιλιόμετρα κατὰ δευτερόλεπτον, ἡ δὲ ἀρχικὴ ταχύτης τῶν ἐκπεμπομένων μορίων τοῦ ραδίου εἶναι τὸ $^1/_{10}$ ἢ τὸ $^1/_3$ αὐτῆς κατὰ δευτερόλεπτον).

3) Κατὰ τὴν νέαν Μηχανικὴν πᾶν σῶμα ὑφίσταται κατὰ τὴν μεταβατικὴν αὐτοῦ κίνησιν ὡρισμένην τινὰ παραμόρφωσιν ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν, καθ' ἣν τελεῖται ἡ κίνησις αὕτη (Michelson). Ἡ σφαῖρα π. χ. καθίσταται εἶδος ἐλλειψοειδοῦς πεπλατυσμένου, τοῦ ὁποίου ὁ μικρὸς ἄξων παράλληλος τῇ μεταβατικῇ κινήσει. Ἡ Γῆ κατὰ τὴν περιφορὰν αὐτῆς παραμορφοῦται κατὰ 1/200,000,000.

Τοιαῦταί τινές εἰσιν αἱ βάσεις τῆς νέας Μηχανικῆς ἐξαχθεῖσαι ἰδίᾳ ἐκ τῆς θεωρίας τῶν ἠλεκτριόντων καὶ τῆς ἀδρανείας τοῦ αἰθέρος. Ἡ ἀδράνεια τοῦ αἰθέρος αὐξάνεται μετὰ τῆς ταχύτητος τείνουσα εἰς τὸ ἄπειρον, ὅταν ἡ ταχύτης τείνῃ πρὸς τὴν τοῦ φωτός. Ἡ φαινομένη ἄρα μᾶζα τοῦ ἠλεκτριόντος αὐξάνεται μετὰ τῆς ταχύτητος, ἡ δὲ πραγματικὴ σταθερὰ μᾶζα αὐτοῦ εἶναι μηδὲν ἐν σχέσει πρὸς τὴν φαινομένην μᾶζαν καὶ ἑπομένως δύναταί τις σχεδὸν εἰπεῖν, ὅτι οὐδεμία ὑπάρχει ὕλη, μόνος ὁ αἰθὴρ καὶ οὐχὶ ἡ ὕλη εἶναι ἀδρανής, τῆς μάζης ἐξαρτωμένης ἐκ τῆς ταχύτητος καὶ τῆς γωνίας, ἣν αὕτη σχηματίζει μετὰ τῆς διευθύνσεως τῆς κινούσης δυνάμεως.

Τῆς ἐννοίας τῆς σταθερᾶς μάζης σώματός τινος οὕτως ἐκλιπούσης ὁ νόμος τοῦ Newton περὶ ἕλξεως εἶναι ἀνεφάρμοστος εἰς μεγάλας ταχύτητας, ὡς δεικνύει ἄλλως καὶ ἡ ἀνωμαλία περὶ τὴν κίνησιν τοῦ περιηλίου τοῦ Ἑρμοῦ ἔχοντος πάντων τῶν πλανητῶν τὴν μεγαλειτέραν ταχύτητα. Ἐν τῇ ἐπετηρίδι τοῦ Ἐθνικοῦ Πανεπιστημίου τοῦ 1904 καὶ 1905 καὶ ἐν τῷ «Ἀρχιμήδει» τοῦ 1908 ἀπέδειξα τὸν νόμον περὶ τῶν ἐμβαδῶν καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων πρὸς τοὺς κύβους τῶν ἀξόνων τῶν τροχιῶν τῶν πλανητῶν ἀνεξαρτήτους τοῦ νόμου τοῦ Newton περὶ ἕλξεως στηριζόμενος ἐπὶ τῆς δινώδους κινήσεως τῶν ρευστῶν.

Ἐν τοῖς ἑπομένοις εὑρίσκω πλὴν ἄλλων τὰς διαφορικὰς ἐξισώσεις, ὧν λύσεις εἶναι οἱ γραμμικοὶ μετασχηματισμοὶ τῶν ἐξισώσεων τῆς νέας Ἠλεκτροδυναμικῆς στηριζόμενος ἐπὶ τῶν διαφορικῶν ἐξισώσεων τοῦ Euler ἐν τῇ Ὑδροδυναμικῇ.

α) Περὶ τοῦ μετασχηματισμοῦ τῶν συντεταγμένων σημείου ἀπὸ συστήματος ἐν ἠρεμίᾳ εὑρισκομένου εἰς ἕτερον εὑρισκόμενον ἐν ὁμαλῇ μεταβατικῇ κινήσει.

Ὁ A. Einstein (Annalen der Physik. s. 891, B. 17, 1905) στηριζόμενος ἐπὶ τῆς νέας ἀρχῆς τῶν σχετικῶν κινήσεων εὗρε (γενικεύων γνωστὰ ἐξαγόμενα τοῦ H. A. Lorentz) τὰς ἑπομένας ἐξισώσεις μετασχηματισμοῦ τῶν συντεταγμένων καὶ τοῦ χρόνου:

$$1)\quad \left\{\begin{aligned} \xi &= \beta(x-nt) \\ \eta &= y \\ \zeta &= z \\ \tau &= \beta\left(t-\frac{n}{m^2}x\right) \end{aligned}\right. \qquad \beta = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{n}{m}\right)^2}}$$

ὅπου n ἡ ταχύτης τῆς ὁμαλῆς μεταβατικῆς κινήσεως τῆς ἀρχῆς τοῦ συστήματος τῶν συντεταγμένων ξ, η, ζ ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἠρεμοῦν σύστημα τῶν συντεταγμένων x, y, z καὶ m ἡ ταχύτης τοῦ φωτός.

Αἱ ἐξισώσεις 1) ἀληθεύουσι τὰς ἑπομένας διαφορικὰς ἐξισώσεις:

$$2)\quad \frac{\partial\tau}{\partial x}+\frac{n}{m^2}\frac{\partial\tau}{\partial t}=0,\ \frac{\partial\tau}{\partial y}=0,\ \frac{\partial\tau}{\partial z}=0.$$

Δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν, ὅτι αἱ ἐξισώσεις 2) προκύπτουσιν ἐκ τῶν ἐξισώσεων τῆς Ὑδροδυναμικῆς ὑπὸ ὡρισμένας ὑποθέσεις. Ὡς γνωστόν, αἱ ὑπὸ Euler δοθεῖσαι ἐξισώσεις τῆς Ὑδροδυναμικῆς εἶναι αἱ ἑπόμεναι (πρβ. Kirchhoff, Mechanik, s. 163-164, 170, 308, Leipzig 1883):

$$3)\quad \left\{\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}&=\frac{\partial(\mathrm{V}-\mathrm{P})}{\partial x}\\
\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}&=\frac{\partial(\mathrm{V}-\mathrm{P})}{\partial y}\\
\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}&=\frac{\partial(\mathrm{V}-\mathrm{P})}{\partial z}
\end{aligned}\right.$$

καὶ

$$4)\quad \frac{\partial\varrho}{\partial t}+\frac{\partial(\varrho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\varrho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\varrho w)}{\partial z}=0$$

$$5)\quad \mathrm{P}=\int\frac{dp}{\varrho}$$

ὅπου $u=\frac{dx}{dt}$, $v=\frac{dy}{dt}$, $w=\frac{dz}{dt}$, V τὸ δυναμικὸν τῶν δρωσῶν δυνάμεων, ϱ ἡ πυκνότης καὶ p ἡ πίεσις κατὰ τὸ σημεῖον (x, y, z) ἐν τῷ χρόνῳ t.

Τεθείσθω, ὅτι ὑπάρχει δυναμικὸν τῶν ταχυτήτων παριστάμενον διὰ $\tau(x, y, z, t)$, ἤτοι $u=\frac{\partial\tau}{\partial x}$, $v=\frac{\partial\tau}{\partial y}$, $w=\frac{\partial\tau}{\partial z}$ καὶ ὅτι V=0. Ἐκ τῶν ἐξισώσεων 3) προκύπτει:

$$6)\quad -\mathrm{P}=\frac{\partial\tau}{\partial t}+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\tau}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\tau}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\tau}{\partial z}\right)^2\right]$$

Θεωρήσωμεν δὲ τὴν περίπτωσιν, καθ' ἣν αἱ συνεχῶς μεταβαλλόμεναι ταχύτητες u, v, w, ὡς καὶ αἱ μεταβολαὶ τῶν ποσοτήτων p καὶ ϱ εἶναι ἀπείρως μικραί. Τότε δύναται νὰ τεθῇ

$$7)\quad dp=a\,d\varrho$$

ὅπου a θετική τις ποσότης, καὶ

$$8)\quad \varrho=\varrho_0(1+\sigma)$$

ἔνθα ϱ_0 θετική τις ποσότης κατ' ἐλάχιστον διαφέρουσα τῶν τιμῶν, ἃς λαμβάνει ἡ ϱ. Ἡ ποσότης σ καλεῖται *συμπύκνωσις* ἐν τῷ σημείῳ (x, y, z) κατὰ τὸν χρόνον t.

Ἐκ δὲ τῶν ἐξισώσεων 5), 7), 8) καὶ 6) προκύπτει (μὴ λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν ἀπειροστῶν ποσοτήτων):

$$\mathrm{P}=a\sigma$$

καὶ

$$9)\quad \frac{\partial\tau}{\partial t}+a\sigma=0$$

Ἐὰν δὲ τεθῇ $\sigma=\lambda\frac{\partial\tau}{\partial x}$ διὰ τὸ σημεῖον (x, y, z) ἐν τῷ χρόνῳ t κατὰ μῆκος τῆς διευθύνσεως τῶν αὐξανομένων x, προκύπτει:

$$10)\quad \frac{\partial\tau}{\partial t}+a\lambda\frac{\partial\tau}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial\tau}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial\tau}{\partial z}=0,$$

ὅπου λ ποσότης ἀνεξάρτητος τῶν x, y, z, t. Αἱ δὲ ἐξισώσεις αὗται εἶναι προφανῶς αἱ αὐταὶ πρὸς τὰς ἐξισώσεις 2) τοῦ Einstein διὰ $\lambda a=\frac{m^2}{n}$.

Ἐὰν δὲ ὑποτεθῇ, ὅτι ἡ συνάρτησις $\tau(x, y, z, t)$ δὲν εἶναι γραμμικὴ καί, ὅτι, ἐὰν t αὐξάνηται κατὰ dt, x αὐξάνεται κατὰ $-ndt$, προκύπτει:

$$\frac{\partial^2\tau}{\partial t^2}=-\lambda a\frac{\partial^2\tau}{\partial x\partial t}=\lambda^2a^2\frac{\partial^2\tau}{\partial x^2}$$

ἤτοι

$$11)\quad \frac{\partial^2\tau}{\partial t^2}=\lambda^2a^2\frac{\partial^2\tau}{\partial x^2}$$

Ἡ δὲ γενικὴ λύσις τῆς ἐξισώσεως ταύτης, ἥτις περιέχει τὴν τῆς πρώτης τῶν 10), εἶναι

$$\tau=f_1(x-\lambda at)+f_2(x+\lambda at)$$

ὅπου f_1 καὶ f_2 οἱαιδήποτε συναρτήσεις τῶν ἐν αὐταῖς $x-\lambda at$ καὶ $x+\lambda at$ μεταβλητῶν.

β) Περὶ τῆς παραμορφώσεως σώματος κατὰ τὴν μεταβατικὴν αὐτοῦ κίνησιν.

Θεωρήσωμεν σῶμά τι, τὸ ὁποῖον ἐν ἠρεμίᾳ εὑρισκόμενον κέκτηται τὸ σχῆμα σφαίρας ἀκτῖνος ϱ. Ἐὰν ξ, η, ζ ἦναι αἱ συντεταγμέναι τοῦ τυχόντος σημείου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ταύτης, ἧς τὸ κέντρον ἡ ἀρχὴ τῶν ὀρθογωνίων ἀξόνων, ἡ ἐξίσωσις αὐτῆς εἶναι:

$$12)\qquad \xi^2+\eta^2+\zeta^2=\varrho^2$$

Δι' ἀντικαταστάσεως δὲ τῶν ξ, η, ζ διὰ τῶν τιμῶν αὐτῶν 1) κατὰ τὸν χρόνον $t=0$ προκύπτει

$$13)\qquad \beta^2x^2+y^2+z^2=\varrho^2,\quad \beta=\left(1-\frac{n^2}{m^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

ἤτοι πᾶν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον μετρηθὲν ἐν ἠρεμίᾳ κέκτηται τὸ σχῆμα σφαίρας, ἐν ὁμαλῇ μεταβατικῇ κινήσει μετὰ τῆς ταχύτητος n εὑρισκόμενον λαμβάνει τὸ σχῆμα ἐλλειψοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς μετὰ τῶν ἡμιαξόνων $\frac{\varrho}{\beta}$, ϱ, ϱ.

Εκ δὲ τῶν ἐξισώσεων

$$\tau=\beta\left(t-\frac{n}{m^2}x\right),\qquad x=nt$$

προκύπτει

$$14)\qquad \tau=t\sqrt{1-\frac{n^2}{m^2}}=t-\left(1-\sqrt{1-\frac{n^2}{m^2}}\right)t$$

Ὅθεν συνάγεται, ὅτι ὁ καθορισμὸς τῆς ὥρας χρονομέτρου ἐν ἠρεμίᾳ θεωρουμένου καθυστερεῖ κατὰ $1-\sqrt{1-\left(\frac{n}{m}\right)^2}$ δευτερόλεπτα, ἤτοι περίπου κατὰ $\frac{1}{2}\left(\frac{n}{m}\right)^2$ καὶ ἑπομένως εἰς χρόνον t κατὰ $\frac{1}{2}t\left(\frac{n}{m}\right)^2$ δευτερόλεπτα· ἡ δὲ διαφορὰ αὕτη αὐξάνεται προφανῶς μετὰ τῆς ταχύτητος n.

γ) Περὶ τῶν ἐξισώσεων τῆς νέας Ἠλεκτροδυναμικῆς.

Αἱ ὑπὸ Maxwell καὶ Hertz δοθεῖσαι ἐξισώσεις τῆς Ἠλεκτροδυναμικῆς ἐν τῷ κενῷ εἶναι αἱ ἑπόμεναι:

$$15)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{1}{m}\frac{\partial X}{\partial t}&=\frac{\partial N}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial z}\\ \frac{1}{m}\frac{\partial Y}{\partial t}&=\frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x}\\ \frac{1}{m}\frac{\partial Z}{\partial t}&=\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y}\end{aligned}\right.$$

καὶ

$$16)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{1}{m}\frac{\partial L}{\partial t}&=\frac{\partial Y}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial y}\\ \frac{1}{m}\frac{\partial M}{\partial t}&=\frac{\partial Z}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial z}\\ \frac{1}{m}\frac{\partial N}{\partial t}&=\frac{\partial X}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial x}\end{aligned}\right.$$

ὅπου τὰ μὲν X, Y, Z σημαίνουσι τὰς ὀρθογωνίους συνιστώσας τῆς ἠλεκτρικῆς δυνάμεως, τὰ δὲ L, M, N τὰς τῆς μαγνητικῆς.

Ἐὰν δὲ ἐν ταῖς ἐξισώσεσι ταύταις ἐκτελεσθῇ ἡ ἀντικατάστασις 1), προκύπτουσιν αἱ ἐξισώσεις:

$$15')\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{1}{m}\frac{\partial X'}{\partial \tau}&=\frac{\partial N'}{\partial \eta}-\frac{\partial M'}{\partial \zeta}\\ \frac{1}{m}\frac{\partial Y'}{\partial \tau}&=\frac{\partial L'}{\partial \zeta}-\frac{\partial N'}{\partial \xi}\\ \frac{1}{m}\frac{\partial Z'}{\partial \tau}&=\frac{\partial M'}{\partial \xi}-\frac{\partial L'}{\partial \eta}\end{aligned}\right.$$

καὶ

$$16')\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{1}{m}\frac{\partial L'}{\partial \tau}&=\frac{\partial Y'}{\partial \zeta}-\frac{\partial Z'}{\partial \eta}\\ \frac{1}{m}\frac{\partial M'}{\partial \tau}&=\frac{\partial Z'}{\partial \xi}-\frac{\partial X'}{\partial \zeta}\\ \frac{1}{m}\frac{\partial N'}{\partial \tau}&=\frac{\partial X'}{\partial \eta}-\frac{\partial Y'}{\partial \xi}\end{aligned}\right.$$

ὅπου

$$X'=X,\qquad L'=L$$

$$Y'=\beta\left(Y-\frac{n}{m}N\right),\qquad M'=\beta\left(M+\frac{n}{m}Z\right)$$

$$Z'=\beta\left(Z+\frac{n}{m}M\right),\qquad N'=\beta\left(N-\frac{n}{m}Y\right)$$

καὶ

$$\beta=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{n}{m}\right)^2}}$$

δ) Περὶ τῆς κινήσεως ὑλικοῦ σημείου μετὰ μικρᾶς ταχύτητος.

Αἱ ἐξισώσεις τῆς κινήσεως ὑλικοῦ σημείου μετὰ συνήθους μικρᾶς ταχύτητος εἶναι αἱ ἑπόμεναι:

$$17)\quad \left\{ \begin{aligned} \mu \frac{d^2x}{dt^2} &= X \\ \mu \frac{d^2y}{dt^2} &= Y \\ \mu \frac{d^2z}{dt^2} &= Z \end{aligned} \right.$$

ὅπου μ ἡ μᾶζα τοῦ ὑλικοῦ σημείου (x, y, z) καὶ X, Y, Z αἱ ὀρθογώνιοι συνιστῶσαι τῆς κινούσης δυνάμεως. Αἱ δὲ ἐξισώσεις τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐν σχέσει πρὸς παραλλήλους τοῖς ἀρχικοῖς ἄξονας τῶν συντεταγμένων ξ, η, ζ κινουμένους ὁμαλῶς κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τῶν x μετὰ τῆς ταχύτητος n κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=0$ εἶναι:

$$17')\quad \left\{ \begin{aligned} \mu \frac{d^2\xi}{d\tau^2} &= X' \\ \mu \frac{d^2\eta}{d\tau^2} &= Y' \\ \mu \frac{d^2\zeta}{d\tau^2} &= Z' \end{aligned} \right.$$

Ἐὰν δὲ ὑποτεθῇ, ὅτι διὰ $t=x=y=z=0$ εἶναι $\tau=\xi=\eta=\zeta=0$ καὶ τεθῶσιν ἀντὶ ξ, η, ζ, τ αἱ τιμαὶ αὐτῶν 1), αἱ ἐξισώσεις 17′) καθίστανται:

$$18)\quad \left\{ \begin{aligned} \mu\beta^3 \frac{d^2x}{dt^2} &= X' \\ \mu\beta^2 \frac{d^2y}{dt^2} &= Y' \\ \mu\beta^2 \frac{d^2z}{dt^2} &= Z' \end{aligned} \right.$$

Ἐκ δὲ τῶν ἐξισώσεων τούτων προκύπτει, ὅτι:

$$19)\quad \text{προμήκης μᾶζα} = \frac{\mu}{\left[1-\left(\frac{n}{m}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$20)\quad \text{ἐγκαρσία μᾶζα} = \frac{\mu}{1-\left(\frac{n}{m}\right)^2}$$

ἤτοι ἡ μᾶζα παντὸς ὑλικοῦ σημείου εἶναι συνάρτησις τῆς ταχύτητος n αὐξανομένη μετ' αὐτῆς.

ε) *Περὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ὑλικοῦ σημείου.*

Ἐὰν ὑλικόν τι σημεῖον κινῆται ὁμαλῶς μετὰ τῆς ταχύτητος n κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος τῶν x, ἡ κινητικὴ αὐτοῦ ἐνέργεια K εἶναι:

$$21)\quad K = \int X dx = \int_0^n \beta^3 n dn = \mu m^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{n}{m}\right)^2}} - 1 \right)$$

Πρόδηλον, ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια K αὐξάνεται μετὰ τῆς ταχύτητος n μὴ ὑπερβαινούσης ἐν τῇ πραγματικότητι τὴν τοῦ φωτὸς ταχύτητα m.

Εἶναι δὲ

$$-\mu m^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{n}{m}\right)^2}} - 1 \right) = \frac{1}{2}\mu n^2 - \frac{3}{8}\mu \frac{n^4}{m^2} + \dots$$

ἤτοι ἡ ρύμη εἶναι ὁ πρῶτος ὅρος τῆς —K. Ὁ δὲ ὅρος οὗτος εὑρίσκεται ἀμέσως καὶ ἐκ τοῦ τύπου

$$\mu m^2 \frac{dt}{d\tau} = \frac{\mu m^2}{\sqrt{1-\left(\frac{n}{m}\right)^2}}$$

παραλειπομένης τῆς προσθετέας σταθερᾶς ποσότητος μm^2 καὶ τῶν ὅρων τῶν περιεχόντων τὰς δυνάμεις τοῦ $\frac{1}{m^2}$.

ζ) *Περὶ τοῦ νόμου τῆς ἕλξεως ἐν τῇ νέᾳ Μηχανικῇ (τῶν μεγάλων ταχυτήτων).*

Ὁ νόμος τοῦ Newton περὶ ἕλξεως δὲν ἐφαρμόζεται κατὰ τὰ ἀνωτέρω εἰς μεγάλας ταχύτητας καὶ ἑπομένως ἔχει ἀνάγκην τροποποιήσεως διὰ τὰ ἐν κινήσει σώματα κατὰ τὸν αὐτὸν ἀκριβῶς τρόπον, καθ' ὃν καὶ οἱ νόμοι τῆς Ἠλεκτροδυναμικῆς διὰ τὸν ἠλεκτρισμὸν ἐν κινήσει διὰ τῆς ἀρχῆς τῶν σχετικῶν κινήσεων κατὰ τὴν νέαν Μηχανικήν. Ὥστε, ὡς βλέπει τις εὐκόλως, μεταξὺ τῆς παλαιᾶς καὶ τῆς νέας Μηχανικῆς τῶν οὐρανίων σωμάτων ὑπάρχει διαφορά, ἥτις εἶναι τόσον μεγαλειτέρα, ὅσον ἡ ταχύτης τῶν πλανητῶν εἶναι μεγαλειτέρα. Μεταξὺ δὲ τῶν πλανητῶν ὁ Ἑρμῆς ἔχει τὴν μεγαλειτέραν ταχύτητα (περίπου 6,41 γεωγρ. μίλ. κατὰ δευτερόλεπτον) περιφερόμενος περὶ τὸν Ἥλιον. Ἡ δὲ κίνησις τοῦ περιηλίου τοῦ πλανήτου τούτου εἶναι ταχυτέρα τῆς λογισθείσης ταχύτητος κατὰ τὴν παλαιὰν Μηχανικὴν: ἡ γωνιακὴ αὐτοῦ ταχύτης εἶναι κατὰ 38'' μεγαλειτέρα. Κατὰ δὲ τοὺς λογισμοὺς τῆς νέας Μηχανικῆς εὑρίσκεται, ὅτι ἡ διαφορὰ αὕτη ἐλαττοῦται κατὰ 6'', ὥστε ὑπολείπεται ἀκόμη διαφορὰ 32'' μεταξὺ τοῦ λογισμοῦ καὶ τῆς παρατηρήσεως. Ἡ θεωρία ἄρα τῆς νέας Μηχανικῆς εἶναι ἐγγυτέρα πρὸς τὴν ἀλήθειαν.

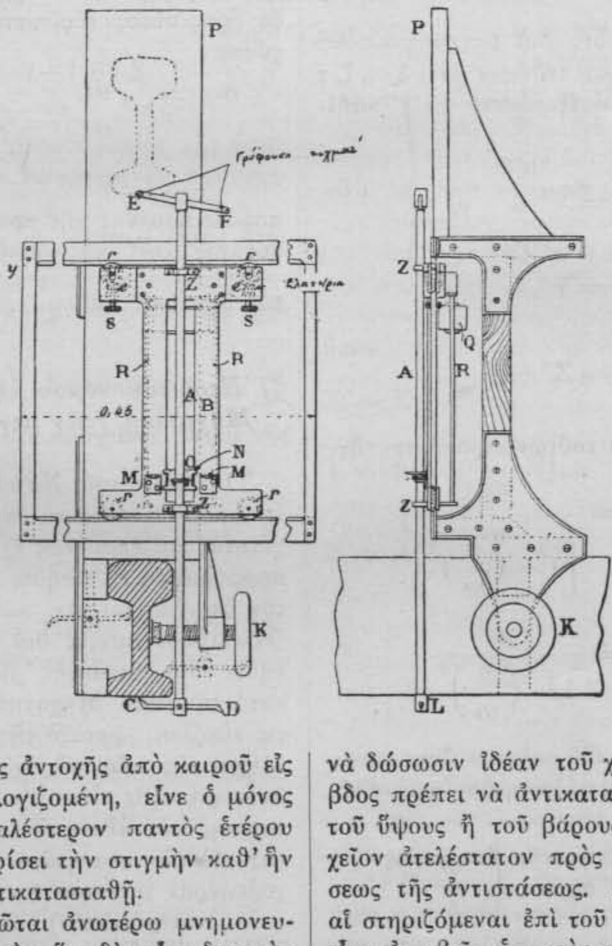
Ἐν Ἀθήναις κατὰ Δεκέμβριον 1909.

ΑΘ. ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΙΔΗΣ

ΟΡΓΑΝΟΝ ΑΚΡΙΒΕΙΑΣ

πρὸς καθορισμὸν τῆς τομῆς τῶν σιδηροδρομικῶν ῥάβδων.

Ἡ στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει ῥάβδος σιδηροδρομικῆς τροχιᾶς νὰ ἀντικατασταθῇ καθορίζεται πολὺ δυσκόλως. Πᾶσαι αἱ μέχρι τοῦδε ἐν χρήσει πρὸς τοῦτο μέθοδοι ὑπὸ τῶν διαφόρων σιδηροδρομικῶν Ἑταιρειῶν τοῦ κόσμου, δὲν εἶνε δυνατὸν νὰ καθορίσωσιν ἀκριβῶς τὴν στιγμὴν ταύτην, οὕτως ὥστε συμβαίνει διὰ τῶν μὲν τούτων νὰ εὑρίσκηται ἡ ῥάβδος ἀντικαταστάσιμος ἐνῷ εἶνε δυνατὸν νὰ ἐργασθῇ εἰσέτι καὶ διὰ τῶν δὲ ἡ ῥάβδος εὑρίσκηται ἀντοχῆς εἰσέτι ἐνῷ διὰ λόγους ἀσφαλοῦς τῶν συρμῶν κυκλοφορίας θὰ ἔπρεπε νὰ τεθῇ κατὰ μέρος. Οὕτως ἐν Αὐστρίᾳ καὶ Οὑγγαρίᾳ κυρίως, ἀρκοῦνται εἰς τὴν καταμέτρησιν τοῦ ὕψους τῆς ῥάβδου· ὅταν τοῦτο μειωθῇ κάτω ὁρίου τινος ὡρισμένου ἡ ῥάβδος ἀντικαθίσταται. Ἐν Ἀγγλίᾳ κρίνουσι περὶ τοῦ ἀντικαταστασίμου ἢ μὴ τῆς ῥάβδου ἐκ τῆς μειώσεως τοῦ βάρους. Ἐν Γαλλίᾳ εἶνε ἐν ἐφαρμογῇ μέθοδος ἀκριβεστέρα· κατὰ χρονικὰ ἴσα διαστήματα ὡρισμένα λαμβάνονται ἀποτυπώματα τῆς ῥάβδου ἐν γύψῳ ἢ καταμετρᾶται λεπτομερῶς ἡ ἄκρα διατομὴ τῆς ῥάβδου ἀποκοχλιουμένων τῶν ἀμφιδετῶν· τῶν τομῶν οὕτω καθοριζομένων εὑρίσκεται ἡ ῥοπὴ ἀδρανείας καὶ ὑπολογίζεται ἡ ἀντοχὴ τῆς



ῥάβδου· ἡ μείωσις τῆς ἀντοχῆς ἀπὸ καιροῦ εἰς καιρὸν ἡ οὕτως ὑπολογιζομένη, εἶνε ὁ μόνος παράγων ὅστις ἀσφαλέστερον παντὸς ἑτέρου ἀνεξαιρέτως ἤθελεν ὁρίσει τὴν στιγμὴν καθ' ἣν ἡ ῥάβδος δέον νὰ ἀντικατασταθῇ.

Καὶ αἱ μὲν δύο πρῶται ἀνωτέρω μνημονευθεῖσαι μέθοδοι φανερὸν ὅτι δὲν εἶνε δυνατὸν νὰ δώσωσιν ἰδέαν τοῦ χρόνου καθ' ὃν ἡ ῥάβδος πρέπει νὰ ἀντικατασταθῇ, διότι ἡ μείωσις τοῦ ὕψους ἢ τοῦ βάρους δὲν εἶνε εἰμὴ στοιχεῖον ἀτελέστατον πρὸς καθορισμὸν τῆς μειώσεως τῆς ἀντιστάσεως. Αἱ ἄλλαι δύο μέθοδοι, αἱ στηριζόμεναι ἐπὶ τοῦ καθορισμοῦ τῆς τομῆς εἶνε ἀκριβεῖς ὡς πρὸς τοῦτο, ἀλλὰ παρέχουσιν