

Μεταφορά - Διασπορά Ρυπαντών σε ποταμούς με πλημμυρικές ζώνες

Π. Πρίνος
Εργαστήριο Υδραυλικής
Τμήμα Πολιτικών Μηχ.
Α.Π.Θ. - Θεσ/νίκη.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή μελετάται αριθμητικά η μεταφορά και διασπορά ρυπαντών σε ποταμούς με πλημμυρικές ζώνες (ανοικτούς αγωγούς συνθέτου διατομής). Γίνεται χρήση ενός μαθηματικού μοντέλου που επιλύει της παραβολικές εξισώσεις Reynolds σε τρεις διαστάσεις, ενός μοντέλου τύρβης k-ε για το κλείσιμο των εξισώσεων και της εξίσωσης μεταφοράς για τη συγκέντρωση των ρυπαντών. Παρουσιάζονται υπολογιστικά αποτελέσματα όπως ισοαχύτητες, συγκεντρώσεις και τυρβώδεις διαχυτότητες που δείχνουν τη σημαντική επίδραση του μηχανισμού αλληλεπίδρασης, μεταξύ της ροής στο ποταμό και αυτής στις πλημμυρικές ζώνες, στη μεταφορά και διασπορά ρυπαντών. Για ασθενείς συνθήκες αλληλεπίδρασης (υψηλά σχετικά βάθη ροής) η διασπορά είναι περισσότερο έντονη στην κάθετη διεύθυνση ενώ για ισχυρές συνθήκες (χαμηλά σχετικά βάθη ροής) η διασπορά και η μέγιστη συγκέντρωση εμφανίζονται μακριά από τη διεπιφάνεια ποταμού/πλημμυρικών ζωνών και προς την άκρη των ζωνών αυτών. Ο αδιάστατος συντελεστής διάχυσης D_z υπολογίζεται από το μοντέλο και βρίσκεται ότι μεταβάλλεται στη περιοχή της διεπιφάνειας (περιοχή ανάμιξης) με τιμές μεταξύ 0.1 έως 0.35 για τις πειραματικές συνθήκες που εξετάστηκαν.

ABSTRACT

Dispersion in compound open channel flow is studied with the use of a numerical model which solves the parabolic three-dimensional Navier-Stokes equations in conjunction with a k-ε model of turbulence and a transport equation for concentration. Computed velocity contours, concentrations and turbulent diffusivities indicate the effect of the interaction mechanism on the transport of pollutants.

For weak interacting conditions (high relative depths) spreading is more intense in the vertical direction while for strong interacting conditions (low relative depths) spreading and maximum concentration occurs away from the interface and towards the flood plain side walls. The dimensionless diffusion coefficient D_z is calculated through the model and is found to vary withing the mixing region with values ranging from 0.1 to 0.35 for the experimental conditions considered.

Εισαγωγή

Μετρήσεις και υπολογισμός της μέσης ροής και των χαρακτηριστικών της τύρβης σε ανοικτούς αγωγούς συνθέτου διατομής έχουν γίνει από πολλούς ερευνητές (Arnold et al, 1989, Khighi και Demetriou, 1983, Prinios et al, 1985, Tomimaga et al, 1989, μεταξύ άλλων). Οι επιδράσεις της ισχυρής διατμητικής στοιβάδας, που αναπτύσσεται στη διεπιφάνεια ποταμού/πλημμυρικής ζώνης, στη μέση ταχύτητα επιφανειακή διατμητική τάση και ολική παροχή έχουν προσδιορισθεί για διάφορες γεωμετρίες και υδραυλικά χαρακτηριστικά.

Ωστόσο μελέτες διασποράς και μεταφοράς ρυπαντών η φερτών υλών σε τέτοιους αγωγούς είναι μάλλον περιορισμένες και με αρκετές παραδοχές. Ο Wood και ο Liang (1989) έχουν μελετήσει πειραματικά και υπολογιστικά τη διασπορά σε τέτοιους αγωγούς. Έχουν υπολογίσει την μέση κατά βάθος συγκέντρωση ενός "παθητικού" ρυπαντή σε διάφορες διατομές κατά μήκος του αγωγού. Χρησιμοποίησαν την εξίσωση διασποράς - διάχυσης όπου ο οριζόντιος συντελεστής τυρβώδους διαχυτότητας D_z υπολογίσθηκε από τη σχέση $D_z = 0.13U \cdot h$ (U = διαχύτητα τριβής, h = Βάθος ροής). Τα βασικά μειονεκτήματα της μελέτης αυτής είναι (α) η θέση "απελευθέρωσης" του ρυπαντή σε σχέση με την είσοδο του αγωγού. Η απόσταση από την είσοδο ήταν 3.5 m και επομένως η ροή δεν ήταν πλήρως αναπτυγμένη στη θέση αυτή, και (β) το σχετικό βάθος ροής $y_r (=y_{fp}/y_{tot})$ ήταν σχετικά μεγάλο (ισο με 0.5) και επομένως ο μηχανισμός αλληλεπίδρασης μεταξύ της ροής στην κυρίως κοίτη και στη πλημμυρική ζώνη ήταν ασθενής.

Ο Djordjevic et al (1989) έχουν εκτελέσει παρόμοια εργασία όπου δεν υπήρχαν τα παραπάνω μειονεκτήματα. Η θέση "απελευθέρωσης" του ρυπαντή ήταν σε απόσταση 10.5m από την είσοδο, όπου η ροή είναι πλήρως αναπτυγμένη, και το σχετικό βάθος ροής μεταβαλλόταν από 0.1 έως 0.25. Χρησιμοποίησαν την μέση κατά βάθος εξίσωση συγκέντρωσης όπου ο συντελεστής D_z τέθηκε ίσος με $0.2 U \cdot h$.

Ο James (1985) χρησιμοποίησε επίσης ένα αριθμητικό μοντέλο για την προσομοίωση της μεταφοράς αιωρούμενων στερεών από το ποταμό στις πλημμυρικές ζώνες για διάφορες διαμέτρους σωματιδίων (75,150 και 300 μm) και σχετικά βάθη (0.20 και 0.30). Υπέθεσε ότι ο συντελεστής διαχυτότητας των στερεών της ορμής και επίλυσε την εξίσωση συγκέντρωσης με συντελεστή D_z που υπολογίσθηκε από αλγεβρική εξίσωση που προτάθηκε από τους Rajaratnam και Ahmadi (1981) για την περιοχή αλληλεπίδρασης και από παρόμοια εξίσωση για την υπόλοιπη περιοχή (Lau και Krishnappan, 1986).

Ο Arnold et al. (1989) παρουσίασαν εργαστηριακά αποτελέσματα για την αδιάστατη διαχυτότητα e_z^* και τον αριθμό Schmidt Si για τυρβώδη ροή. Οι μετρηθείσες τιμές του e_z^* μεταβάλλονταν από 0.27 έως 0.85 με μία μέση τιμή 0.45 που αντιστοιχεί σε μελέτες πεδίου παρά σε εργαστηριακές τιμές. Ο συντελεστής Si μεταβαλλόταν από 0.5 (λείες πλημμυρικές ζώνες και μικρές επιδράσεις αλληλεπίδρασης) έως 1.0 (τραχείες πλημμυρικές ζώνες και σημαντικές επιδράσεις αλληλεπίδρασης).

Στην εργασία αυτή μελετάται αριθμητικά η μεταφορά και διασπορά «παθητικών» ρυπαντών σε ανοικτούς αγωγούς συνθέτου διατομής επιλύοντας τις παραβολικές εξισώσεις Reynolds σε τρεις διαστάσεις και την εξίσωση μεταφοράς-διάχυσης του ρυπαντή (εξίσωση συγκέντρωσης). Με τον τρόπο αυτό της προσομοίωσης οι συντελεστές διαχυτότητας στη κάθετη και οριζόντια διεύθυνση δεν αποτελούν δεδομένα της εξίσωσης (όπως στις προηγούμενες μελέτες) αλλά υπολογίζονται έμμεσα σαν μέρος της υπολογιστικής διαδικασίας. Επομένως οι συντελεστές που υπολογίζονται στην εργασία αυτή μπορούν να συγκριθούν με αντίστοιχη άλλων εργασιών. Το μοντέλο τύρβης k-ε χρησιμοποιείται για το «κλείσιμο» των εξισώσεων μολονότι είναι γνωστό ότι το μοντέλο δεν υπολογίζει σωστά τυρβογενείς δευτερεύουσες ροές (Rodi, 1982). Για την εργασία των Wood και Liang (1989) η ροή δεν είναι πλήρως αναπτυγμένη, η δευτερεύουσα ροή δεν έχει αναπτυχθεί και επομένως ένα τέτοιο μοντέλο είναι αρκετό για τις συνθήκες αυτές. Ωστόσο, ένα αλγεβρικό μοντέλο τύρβης ή ένα μη γραμμικό μοντέλο k-ε μπορούν να συμπεριληφθούν σχετικά εύκολα στη διαδικασία υπολογισμού όπως έχει γίνει σε

προηγούμενες μελέτες προσομοίωσης της ροής (Prinos, 1989, Lau και Krishnappan, 1986).

Το μοντέλο έχει εφαρμοσθεί για τις πειραματικές συνθήκες που αναφέρονται στις εργασίες των Djordjevic et al (1989) και Wood και Liang (1989) όπου η θέση απελευθέρωσης ήταν στη κυρίως κοίτη και στη πλημμυρική ζώνη όπως επίσης και την διεπιφάνεια των δύο περιοχών. Παρουσιάζονται υπολογιστικά αποτελέσματα (ισοταχύτητες και ισοσυγκεντρώσεις) σε χαρακτηριστικές θέσεις μετά την έγχυση του ρυπαντή και συγκρίνονται οι τιμές του D_2 που υπολογίσθηκαν με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στις αρχικές μελέτες.

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Οι εξισώσεις Reynolds για μόνιμη, ασυμπίεστη, τυρβώδη, τρισδιάστατη ροή χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας στον αγωγό συνθέτου διατομής. Επίσης χρησιμοποιείται η εξίσωση διασποράς-διάχυσης για τον υπολογισμό του πεδίου της συγκέντρωσης. Οι εξισώσεις αυτές, χρησιμοποιώντας τη σύμβαση Einstein, έχουν την παρακάτω μορφή για Καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\partial U_i / \partial x_i = 0 \quad (1)$$

$$U_i (\partial U_i / \partial x_i) = -\frac{1}{\rho} (\partial P / \partial x_i) + \partial / \partial x_i (-\overline{u_i u_i}) \quad (2)$$

$$U_i (\partial C / \partial x_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} (-\overline{u_i c}) \quad (3)$$

όπου U_i = μέση ταχύτητα στη διεύθυνση i , P = πίεση, ρ και ν = πυκνότητα και κινηματικό ιξώδες του ρευστού, $-\overline{u_i u_j}$ = τυρβώδεις τάσεις, $-\overline{u_i c}$ = ροή συγκέντρωσης.

Τα μεγέθη $-\overline{u_i u_j}$ και $-\overline{u_i c}$ που εμφανίζονται στις εξ. (2) και (3) υπολογίζονται από τις παρακάτω καταστατικές εξισώσεις θεωρώντας ότι ισχύει η έννοια του «ιξώδους της τύρβης»

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} k, \quad -\overline{u_i c} = \frac{\nu_t}{\sigma_c} \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (4)$$

όπου ν_t = ιξώδες της τύρβης, δ_{ij} = δέλτα του Kronecker και k = τυρβώδης κινητική ενέργεια, σ_c = σταθερά (= 1.0).

Το ιξώδες της τύρβης ν_t μπορεί να εκφρασθεί σαν συνάρτηση δύο ανεξάρτητων τυρβωδών μεγεθών του k και του ε (σκέδαση του k) μέσω της σχέσης $\nu_t = 0.09k^2/\varepsilon$. Με τη σειρά τους τα τυρβώδη μεγέθη k και ε υπολογίζονται από τις αντίστοιχες εξισώσεις μεταφοράς των μεγεθών αυτών (μοντέλο τύρβης k - ε) που έχουν τη παρακάτω μορφή

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \varepsilon \quad (5)$$

$$U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

όπου P_k = παραγωγή του k λόγω διάτμησης ($= -\overline{u_i u_j} (\partial U_i / \partial x_j)$), σ_k , σ_ε , $c_{\varepsilon 1}$, $c_{\varepsilon 2}$ = σταθερές (= 1.0, 1.3, 1.44 και 1.92 αντίστοιχα). Οι εξισώσεις (1), (2), (3), (5) και (6) αποτελούν ένα σύστημα εξισώσεων το οποίο επιλύεται με κατάλληλες οριακές συνθήκες. Η διαδικασία επίλυσης και οι οριακές συνθήκες περιγράφονται συνοπτικά

παρακάτω: Οι παραπάνω γενικές εξισώσεις μετατρέπονται σε παραβολικές. Δηλαδή οι όροι που περιέχουν κλίσεις μεγεθών στη διεύθυνση της ροής ($\partial/\partial x$) θεωρούνται μηδενικές εκτός από τους όρους συναγωγής. Έτσι εφαρμόζεται μία διαδικασία επίλυσης εμπρόσθιας σάρωσης που περιγράφεται αναλυτικά από τον Patankar και Spalding (1972). Με τη διαδικασία αυτή το υπολογιστικό πεδίο σαρώνεται μόνο μια φορά χωρίς επαναλήψεις, αρχίζοντας από δεδομένες αρχικές τιμές. Επομένως η αποθήκευση των μεταβλητών γίνεται σε δύο διαστάσεις (στη διατομή του αγωγού). Εκτελείται η ολοκλήρωση βήμα-βήμα μέχρι την πλήρη ανάπτυξη της ροής και για μια απόσταση που καλύπτει το πειραματικό μήκος. Σε κάθε βήμα επιλύονται οι εξισώσεις ορμής στη κάθετη (y) και εγκάρσια διεύθυνση (z) με εκτιμώμενο πεδίο πίεσης (η εξ. ορμής στη διεύθυνση της ροής (x) έχει γνωστή κλίση πίεσης ίση με gS_0) όπου οι ανάντι τιμές λαμβάνονται σαν εκτιμήσεις. Τα πεδία ταχύτητας και πίεσης διορθώνονται στη συνέχεια για να ικανοποιούν την εξίσωση συνέχειας. Τέλος επαλύονται οι εξισώσεις για τα μεγέθη k , ϵ και C .

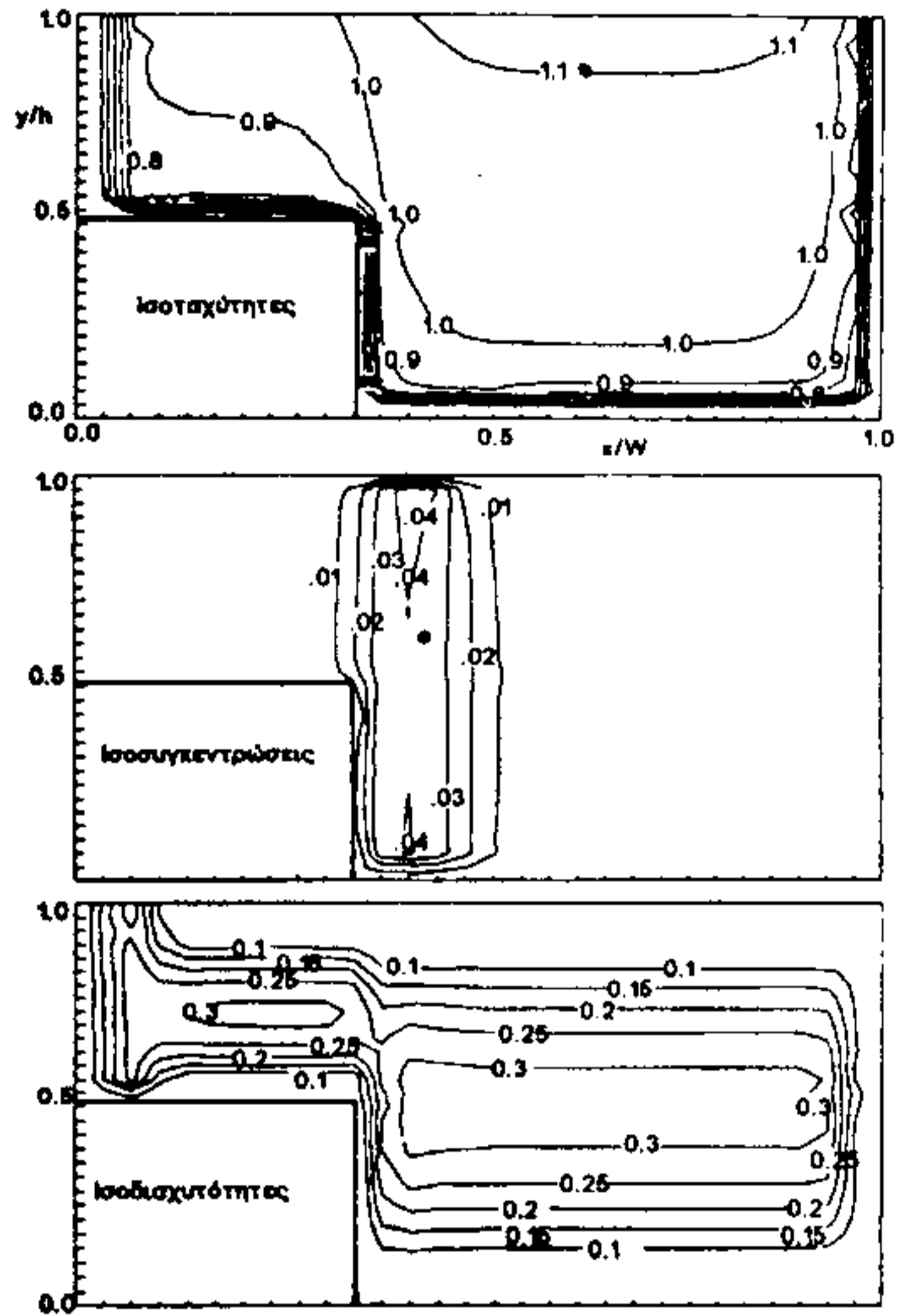
Τα αποτελέσματα αποθηκεύονται για δεδομένες διατομές μετά τη θέση απόρριψης του ρυπαντή όπου υπάρχουν πειραματικά αποτελέσματα. Χρησιμοποιήθηκε πλέγμα 60×30 (60 στην εγκάρσια διεύθυνση και 30 στη κάθετη διεύθυνση της διατομής) με ανομοιόμορφη κατανομή των κόμβων. Το υπολογιστικό βήμα κατά μήκος της ροής που χρησιμοποιήθηκε ήταν περίπου ίσο με το $1/40$ του συνολικού βάθους ροής για όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν.

Οριακές συνθήκες καθορίζονται στα στερεά τοιχώματα και την ελεύθερη επιφάνεια του αγωγού για όλες τις μεταβλητές. Στα στερεά τοιχώματα χρησιμοποιήθηκε η τεχνική της συνάρτησης τοιχώματος που έχει προταθεί από τους Launder και Spalding (1974) με την οποία οι οριακές συνθήκες ορίζονται από τον λογαριθμικό νόμο του τοιχώματος στο πρώτο σημείο κοντά στο τοίχωμα το οποίο θα πρέπει να βρίσκεται στη λογαριθμική περιοχή. Στην ελεύθερη επιφάνεια ακολουθείται η προσέγγιση των Lau και Krishnarpan (1986) με την οποία η ελεύθερη επιφάνεια θεωρείται σαν άξονας συμμετρίας και η τιμή του ϵ υπολογίζεται από μια εμπειρική σχέση. Η ροή του ρυπαντή στα στερεά τοιχώματα και την ελεύθερη επιφάνεια είναι μηδενική επομένως η κλίση της συγκέντρωσης κάθετη στα τοιχώματα και την ελεύθερη επιφάνεια είναι μηδενική. Στην είσοδο της ροής χρησιμοποιείται ομοιόμορφη κατανομή όλων των μεταβλητών. Οι δευτερεύουσες συνιστώσες της ταχύτητας είναι μηδενικές και οι τιμές των k και ϵ είναι τέτοιες ώστε το ιξώδες της τύρβης ν_t να είναι 10-15 φορές το κινηματικό ιξώδες. Η συγκέντρωση τίθεται ίση με 1 στους όγκους ελέγχου που περιλαμβάνουν τους κόμβους και τη θέση απελευθέρωσης του ρυπαντή ενώ είναι μηδενική στο υπόλοιπο υπολογιστικό πεδίο. Για τα πειράματα των Wood και Liang (1989) η έγχυση του ρυπαντή έγινε με μικρό σωλήνα σημειακά ενώ σε αυτά του Djordjevic et al. (1989) η έγχυση έγινε σε όλο το βάθος ροής στη διεπιφάνεια κοίτης / πλημμυρικής ζώνης.

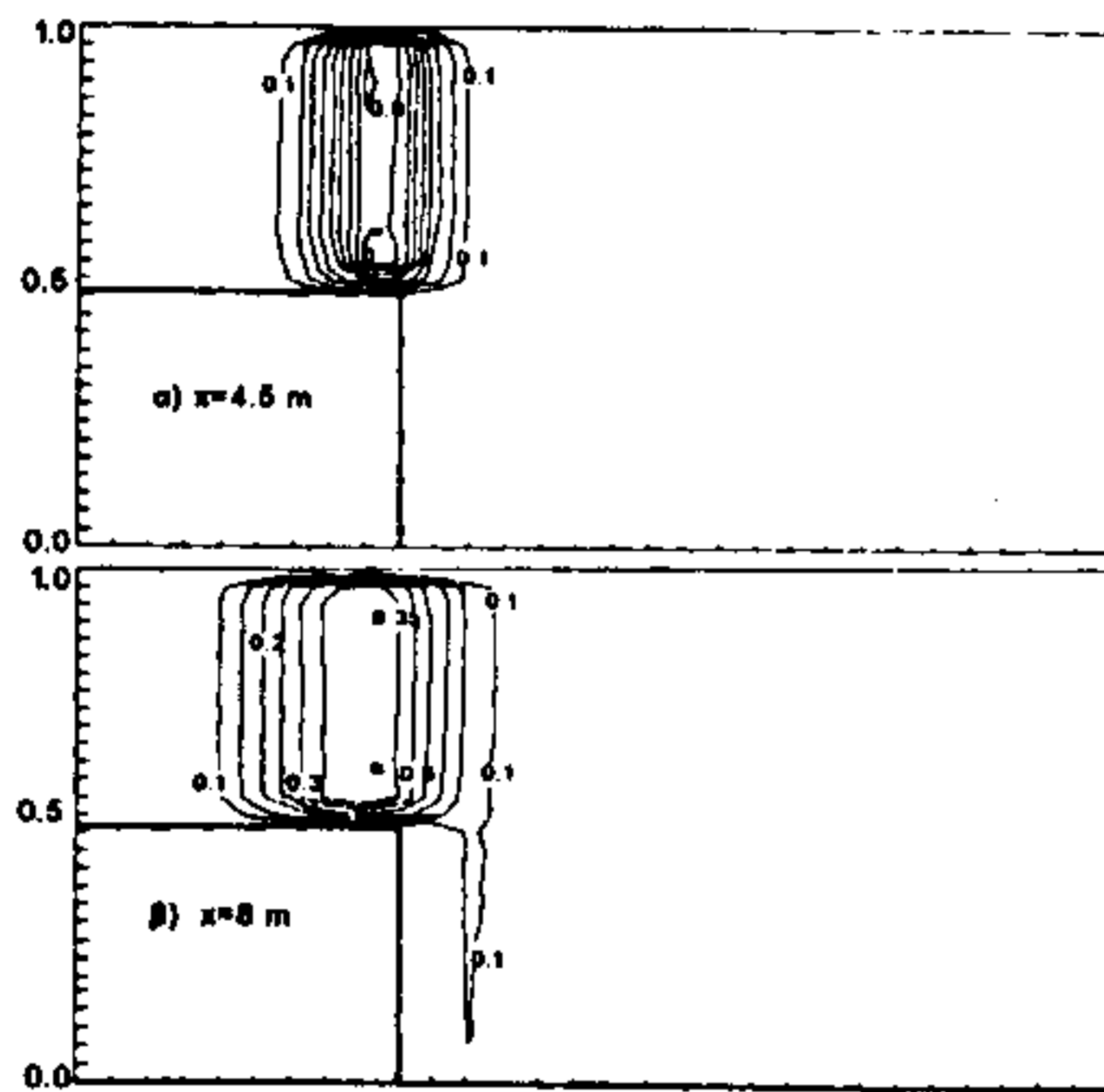
ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Αρχικά το αριθμητικό μοντέλο εφαρμόσθηκε για τις εργαστηριακές συνθήκες των Wood και Liang (1989) με τα παρακάτω χαρακτηριστικά: Κλίση πυθμένα $S_0 = 0.00047$, Παροχή = $0.0047 \text{ m}^3/\text{s}$, Βάθος ροής στη κοίτη = 0.051 m , Βάθος ροής στη πλημμυρική ζώνη = 0.025 m , πλάτος κύριας διατομής = 0.37 m και πλάτος πλημμυρικής ζώνης = 0.189 m . Η θέση έγχυσης του ρυπαντή ήταν (α) στη κοίτη (30 mm από το πυθμένα και 40 mm από τη διεπιφάνεια) και (β) στη ζώνη πλημμυρισμού (5 mm από τον πυθμένα και 40 mm από τη διεπιφάνεια). Η απόσταση από την είσοδο του αγωγού ήταν 3.5 m και στις δυο περιπτώσεις.

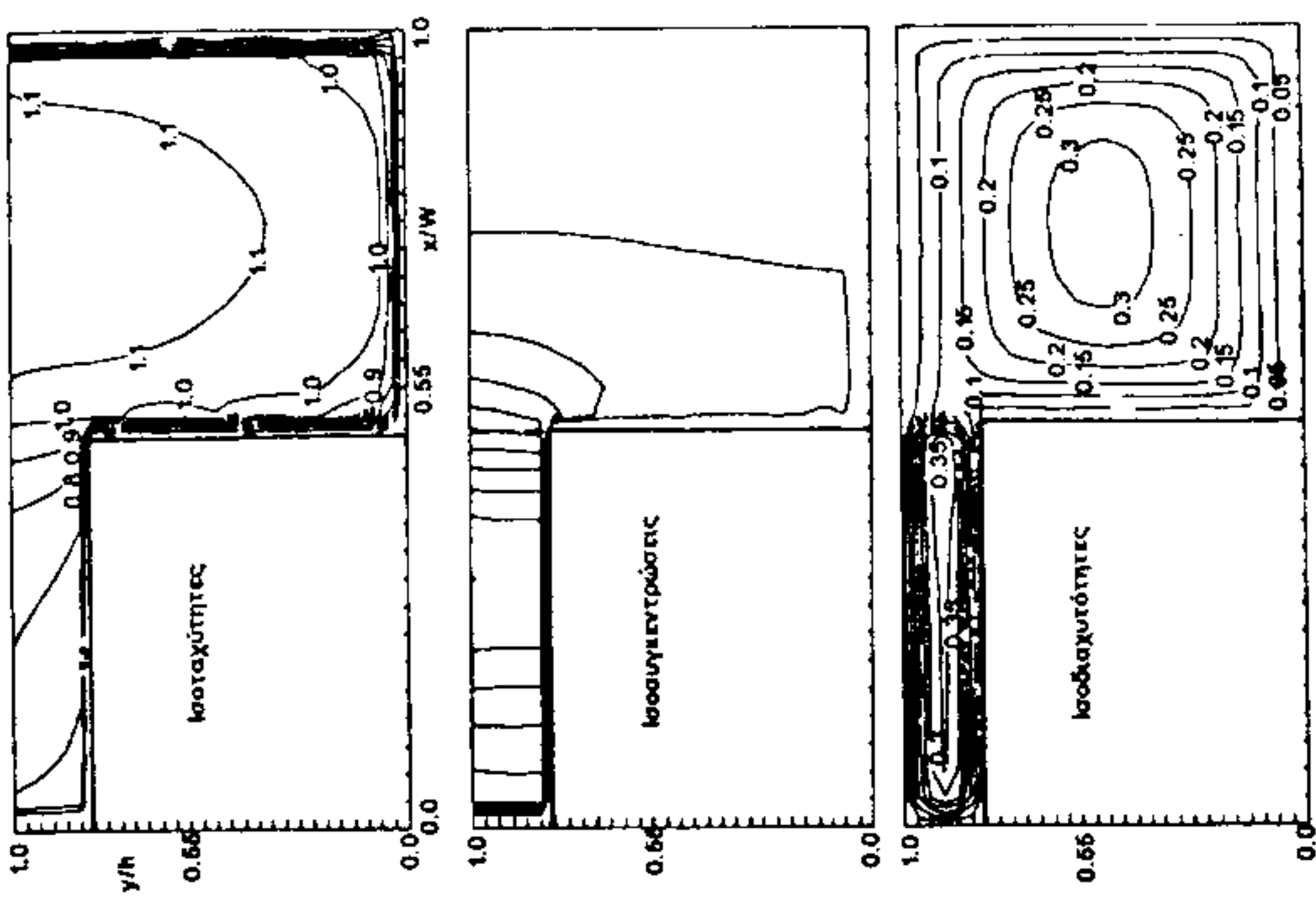
Σε διάφορες διατομές κατά μήκος της ροής όπου υπάρχουν πειραματικά αποτελέσματα ελήφθησαν υπολογιστικά αποτελέσματα (4.5, 5.0, 6.0, 7.0 και 8.0 m) έτσι ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση πειραματικών και υπολογιστικών αποτελεσμάτων. Λόγω έλλειψης χώρου, στην εργασία αυτή παρουσιάζονται μόνο αποτελέσματα για τις θέσεις $x = 4.5 \text{ m}$ και $x = 8.0 \text{ m}$.



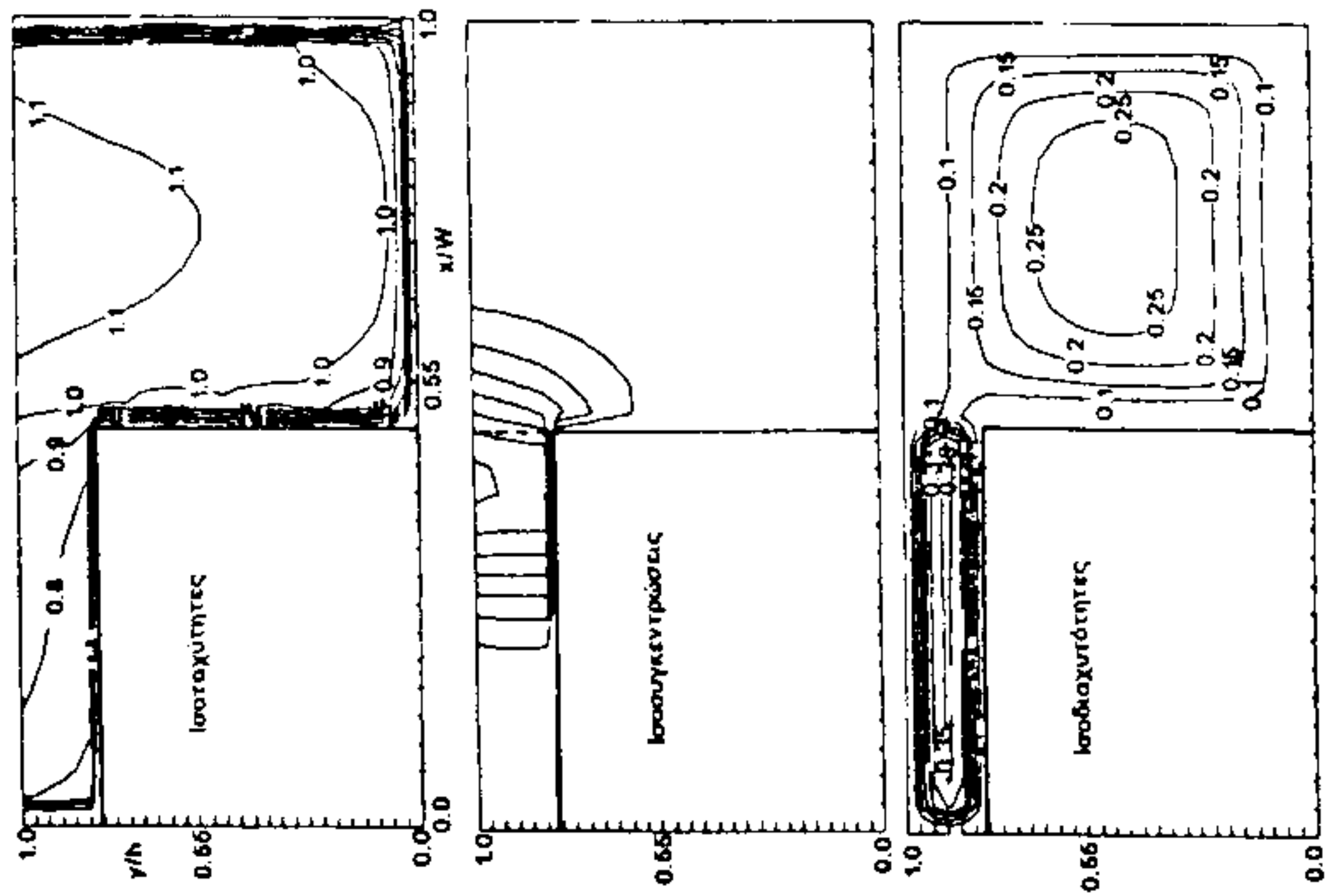
Σχ. 1 : Χαρακτηριστικά της ροής (ισοταχύτητες, ισοσυγκεντρώσεις, ισοδιαχυτότητες) σε απόσταση $x=4.5$ m (1.0 m από τη πηγή ρύπανσης)



Σχ. 2 : Ισοσυγκεντρώσεις σε απόσταση $x=4.5$ m
και $x=8$ m (πηγή ρύπανσης στη ζώνη πλημμυρισμού)



Σχ. 4 : Χαρακτηριστικά της ροής (ισοθαχύτητες, ισοσυγκεντρώσεις, ισοδιαχυτότητες) σε απόσταση $x=32$ m (22 m από τη πηγή ρύπανσης)



Σχ. 3 : Χαρακτηριστικά της ροής (ισοθαχύτητες, ισοσυγκεντρώσεις, ισοδιαχυτότητες) σε απόσταση $x=16.5$ m (6 m από τη πηγή ρύπανσης)

πειραματικές συνθήκες των Wood και Liang (1989) και Djordjevic et al (1989) και απο τα αποτελέσματα μπορούν να εξαχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα:

1. Για υψηλά σχετικά βάθη ροής (ασθενής εγκάρσια διατμητική στοιβάδα) η διασπορά των ρυπαντών είναι περισσότερο εμφανής στη κάθετη παρά στην εγκάρσια διεύθυνση ανεξάρτητα από τη θέση «απελευθέρωσης» του ρυπαντή (στο ποταμό ή στη πλημμυρικήζώνη).
2. Για ισχυρές συνθήκες αλληλεπίδρασης (χαμηλό σχετικό βάθος ροής) η επίδραση της εγκάρσιας διατμητικής στοιβάδας στη διασπορά των ρυπαντών είναι σημαντική και έχει σαν αποτέλεσμα τη διάχυση του ρυπαντή προς τη πλημμυρική ζώνη και τη μετακίνηση της μέγιστης συγκέντρωσης προς τα πλευρά τοιχώματα της πλημμυρικής ζώνης.
3. Η τιμή του αδιάστατου συντελεστή διάχυσης μεταβάλλεται στη περιοχή αλληλεπίδρασης και η σταθερή - κατά βάθος - τιμή ίση με 0.134 ή 0.2 που χρησιμοποιείται από άλλους ερευνητές δεν είναι κατάλληλη για τις συνθήκες που εξετάστηκαν. Η σημειακή τιμή του D_z που υπολογίσθηκε από το μοντέλο κυμαίνεται μεταξύ 0.1 και 0.35 στο μεγαλύτερο μέρος της σύνθετης διατομής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Arnold U, Hottges J. and Rouve G., (1989), Turbulence and mixing mechanisms in compound open channel flow. Proc. of XXIII Congress of IAHR pp. A-133-A140.
- Djordjevic S., Petrovic I., Maksimovic C. and Radojkovic M., (1989) Experimental tracer investigations in a compound laboratory channel. Proc. of HYDROCOMP' 89, pp. 269-278.
- Guyster I., Brockie N.J.W. and Allen C.M., (1990) Towards Random Walk models in a large scale laboratory facility. Proc. of Int. Conf. on Trans. and Disp., pp. 12.B.1-12.B.6.
- James C.S., (1985) Sediment transfer to overbank sections. J. of IAHR vol. 23, no 1.
- Kawahara Y. and Tamai N., (1989) Mechanism of lateral momentum transfer in compound channel flows. Proc. of XXIII Congress of IAHR, pp. B463-B470.
- Knight D.W. and Demetriou J.D., (1983) Flood Plain and Main Channel Flow Interaction. J. of Hydraulic Eng., vol. 109(8), pp. 1073-1092.
- Law U.L. and Krishnappan B.G., (1986) Turbulence Modelling of Flood Plain Flows. J. of Hydraulic Eng., vol. 112(4), pp. 251-267.
- Lau Y.L. and Krishnappan B.G., (1977) Transverse Dispersion in Rectangular channels. J. of Hydraulics Div., ASCE, vol. 103, pp. 1173-1189.
- Launder B.E. and Spalding D.B., (1974) The Numerical computation of Turbulent Flow. Computer methods in Applied Mechanics and Eng., vol. 3, pp. 269-289.
- McKeogh E.J. and Kiely G.K., (1989) Experimental study of the mechanisms of flood flow in meandering channels. Proc. of XXIII Congress of IAHR, pp. B491-B498.
- Patankar S.V. and Spalding B.D., (1972) A Calculation procedure for Heat, Mass and Momentum transfer in the Three-Dimensional Parabolic Flows. Int. Journal at Heat and Mass transfer, vol. 15, pp. 1787-1806.
- Prinos P., Townsend R.D. and Tavoularis S., (1985) Structure of Turbulence in Compound channel Flows. Journal of Hydraulic Eng., vol. 111(9), pp. 1246-1261.
- Prinos P., (1989) Experiments and Numerical Modelling in Compound Open Channels and Duct Flows. Proc. of «HYDROCOMP 89», pp. 215-225.
- Prinos P., (1990) Turbulence Modelling of main channel-flood plain flows with an algebraic stress model. Proc. of the Int. Conf. on River Flood Hydraulics, pp. 173-185.
- Rajaratnam N. and Ahmadi R., (1981) Hydraulics of channels with flood plains. J. of Hydraulic Res., vol. 19, no 1, pp. 43-60.
- Rodi W., (1982), Turbulence models and their Application in Hydraulics, IAHR Publication.
- Tominaga A., Nezu I. and Ezaki K., (1989) Experimental study on secondary current in compound open-channel Flows. Proc. of XXIII Congress of IAHR, pp. A15-A22.
- Wood I.R. and Liang T., (1989) Dispersion in an open channel with a step in the cross-section. J. of Hydraulic Res., vol. 27, no 5, pp. 587-601.
- Wormleaton P.R., Allen J. and Hadjipanous P., (1982) Discharge Assesment in Compound Channel Flow. J. of Hydraulics, ASCE, vol. 108, pp. 975-994.