

Ενεργειακή Λύση για Δυσκαμψία Πασσάλων σε Ανομοιογενές Έδαφος

Energy Solution for Pile Stiffness in Inhomogeneous Soil

ZHNA A. X. Πολιτικός Μηχανικός, Geotechnical Engineer, Ove Arup & Partners Ltd, London
ΜΥΛΩΝΑΚΗΣ Γ. Ε. Πολιτικός Μηχανικός, Επικ. Καθηγητής Πανεπιστημίου Πατρών.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ: Παρουσιάζεται αναλυτική λύση για την δυσκαμψία ελαστικού κυλινδρικού πασσάλου σε κατακορύφως ανομοιογενές έδαφος. Για το σκοπό αυτό προτείνεται αναλυτικό προσομοίωμα Winkler σε συνδυασμό με ενεργειακή μέθοδο και κατάλληλες συναρτήσεις σχήματος ανάλογες με αυτές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Παράγονται κλειστές λύσεις για την ακαμψία του πασσάλου σε: (1) μετάθεση της κεφαλής, (2) περιστροφή της κεφαλής, (3) σύζευξη μεταφοράς-περιστροφής. Μελετώνται οι παρακάτω μεταβολές εδαφικής στιφρότητας με το βάθος: (α) παραβολική μεταβολή, (β) γραμμική μεταβολή, (γ) δίστρωτο έδαφος, και (δ) πολύστρωτο έδαφος. Τα αποτελέσματα της μεθόδου βρίσκονται σε ικανοποιητική συμφωνία με πιο αυστηρές λύσεις.

ABSTRACT: An explicit analytical solution is presented for the lateral stiffness of an elastic pile in inhomogeneous soil. To this end, a Winkler model is proposed in conjunction with an energy technique based on approximate shape functions analogous to those used in finite-element formulations. Closed-form solutions are presented for the following response modes of the pile head: (1) swaying; (2) rocking; (3) cross-swaying-rocking. The following variations of soil stiffness with depth are considered: (a) linear; (b) parabolic; (c) two-layer; (d) multi-layer. Results from the method are in good agreement with more rigorous solutions.

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η πιο εύχρηστη μέθοδος για τον υπολογισμό της δυσκαμψίας μιας πασσαλο-θεμελίωσης είναι το μοντέλο Winkler, στο οποίο η αλληλεπίδραση μεταξύ πασσάλου και εδάφους προσομοιώνεται με σειρά ελατηρίων ομοιόμορφα κατανομημένων κατά μήκος του πασσάλου. Παρότι προσεγγιστικό, το μοντέλο Winkler είναι ευρέως αποδεκτό διότι: (1) οι προβλέψεις του είναι σε ικανοποιητική συμφωνία με πιο αυστηρές λύσεις, (2) μπορεί εύκολα να επεκταθεί στην ανελαστική περιοχή μέσω μη-γραμμικών ελατηρίων, (3) απαιτεί μικρότερο υπολογιστικό κόπο απ' ό,τι οι λύσεις πεπερασμένων και συνοριακών στοιχείων. Σύμφωνα με την θεωρία Winkler, η στατική ακαμψία ενός εύκαμπτου πασσάλου σε ομοιογενές έδαφος υπολογίζεται από τις σχέσεις (Hetenyi 1946, Poulos & Davis 1980):

$$K_{hh} = 4 E_p I_p \lambda^3 \quad (1a)$$

$$K_{hr} = 2 E_p I_p \lambda^2 \quad (1b)$$

$$K_{rr} = 2 E_p I_p \lambda \quad (1c)$$

όπου λ παράμετρος Winkler με διαστάσεις (Μήκος)¹ και $E_p I_p$ η δυσκαμψία της διατομής του πασσάλου.

Η σταθερά λ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\lambda = \left(\frac{k}{4 E_p I_p} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2)$$

όπου k είναι η σταθερά ελατηρίων Winkler.

Η παραδοχή ομοιογενούς εδάφους αποτελεί σχεδόν πάντοτε υπεραπλούστευση της πραγματικότητας. Δυστυχώς, ακόμη και στο απλοποιημένο μοντέλο Winkler, υπάρχει δυσκολία εξαγωγής ακριβών λύσεων σε ανομοιογενή μέσα. Ανάμεσα στις λιγοστές τέτοιες λύσεις είναι αυτές των Hetenyi (1946) και Franklin & Scott (1979), οι οποίες υποθέτουν έδαφος με στιφρότητα αυξανόμενη αναλογικά με το βάθος.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η ανάπτυξη μιας απλής μεθόδου για τον υπολογισμό της δυσκαμψίας πασσάλου σε ανομοιογενές έδαφος. Η προτεινόμενη μέθοδος παρέχει ένα εύχρηστο εργαλείο έναντι των αριθμητικών λύσεων.

2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το υπό εξέταση πρόβλημα είναι αυτό ενός πλευρικά φορτισμένου απειρομήκη πασσάλου εμπεδωμένου σε έδαφος μεταβλητής στιφρότητας με το βάθος. Ο πάσσαλος θεωρείται γραμμικώς ελαστική, κυλινδρική, ομοιογενής δοκός τύπου Euler-Bernoulli, μήκους L , διαμέτρου d και μέτρου ελαστικότητας E_p . Το έδαφος θεωρείται γραμμικώς ελαστικό υλικό, το οποίο χαρακτηρίζεται από μέτρο ελαστικότητας E_s και λόγο Poisson ν . Γίνεται η παραδοχή ότι ο πάσσαλος είναι εύκαμπτος, συνεπώς δεν παραμορφώνεται σε όλο το μήκος του, παρά μόνο μέχρι βάθος L_a , το οποίο ονομάζεται "ενεργό" μήκος του πασσάλου (Poulos & Davis 1980). Για βάθη μεγαλύτερα του L_a , ο πάσσαλος δεν αποκρίνεται σε φορτία στη κεφαλή, και ως εκ τούτου το ακριβές μήκος του δεν επηρεάζει την ακαμψία του. Το ενεργό μήκος εξαρτάται κυρίως από την σχετική στιφρότητα πασσάλου-εδάφους (E_p/E_s) και κυμαίνεται τυπικά από 10 μέχρι 15 διαμέτρους πασσάλου. Για παράδειγμα, για πάσσαλο εμπεδωμένο σε ομοιογενές έδαφος, ο Syngros (2004) προτείνει την προσεγγιστική σχέση:

$$L_a \cong 2.4 d \left(\frac{E_p}{E_{sd}} \right)^{0.25} \quad (3)$$

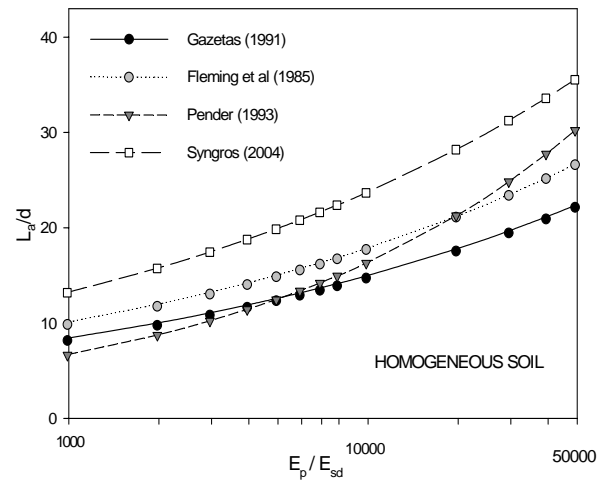
Στην περίπτωση εδάφους με μέτρο ελαστικότητας αυξανόμενο αναλογικά με το βάθος, η σχετική έκφραση είναι:

$$L_a \cong 2.5 d \left(\frac{E_p}{E_{sd}} \right)^{0.20} \quad (4)$$

όπου E_{sd} το μέτρο ελαστικότητας του εδάφους σε βάθος ίσο με μία διάμετρο πασσάλου.

Οι παραπάνω σχέσεις συγκρίνονται γραφικά στο Σχήμα 1 με αντίστοιχες εκφράσεις από την βιβλιογραφία.

Φαίνεται πράγματι ότι για το εύρος τιμών του λόγου E_p / E_{sd} με το μεγαλύτερο πρακτικό ενδιαφέρον ($100 < E_p / E_{sd} < 10,000$), το L_a κυμαίνεται μεταξύ 10 και 15 διαμέτρων πασσάλου.



Σχήμα 1: Ενεργό μήκος πασσάλου: Σύγκριση διαθέσιμων σχέσεων από την βιβλιογραφία.
Figure 1: Active pile length: comparison of available formulae from the literature.

3 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΣΤΙΦΡΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ ΜΕ ΤΟ ΒΑΘΟΣ

Η παρούσα εργασία εστιάζει στην παρακάτω μορφή εδαφικής ανομοιογένειας:

$$E_s(z) = E_{sd} \left\{ \alpha + (1 - \alpha) \frac{z}{d} \right\}^n \quad (5a)$$

όπου E_{sd} η τιμή της συνάρτησης $E_s(z)$ σε βάθος $z = d$ και

$$\alpha = \left(\frac{E_{s0}}{E_{sd}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (5b)$$

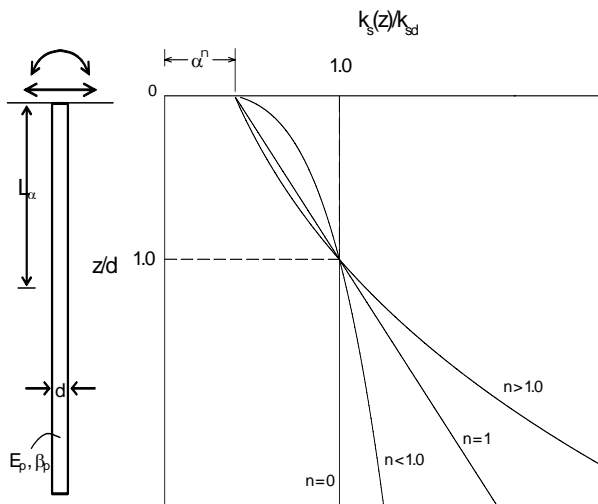
σταθερά εδαφικής ανομοιογένειας.

Με την απλοποιητική (αλλά εύλογη) υπόθεση ότι η σταθερά ελατηρίων Winkler είναι ανάλογη του μέτρου ελαστικότητας του εδάφους, η συνάρτηση $k_s(z)$ γράφεται:

$$k_s(z) = k_{sd} \left\{ \alpha + (1 - \alpha) \frac{z}{d} \right\}^n \quad (6)$$

όπου k_{sd} η τιμή της σταθεράς ελατηρίου σε βάθος $z = d$.

Η εξίσωση (6) παρουσιάζεται γραφικά στο Σχήμα 2, συναρτήσει του αδιάστατου βάθους z/d για διάφορες τιμές του συντελεστή ανομοιογένειας n . Σημειώνεται ότι η κανονικοποίηση με την τιμή k_{sd} , δηλαδή με την εδαφική στιφρότητα σε βάθος $z=d$, είναι εύλογη καθώς η στιφρότητα ενός πασσάλου επηρεάζεται από την αντίδραση του εδάφους σε βάθος μερικών μόνο πασσαλοδιαμέτρων από την επιφάνεια.



Σχήμα 2: Μεταβολή της εδαφικής σφιγρότητας με το βάθος βάσει της σχέσης (6).
Figure 2: Variation of soil stiffness with depth according to equation (6).

Η σταθερά των κατανεμημένων ελατηρίων Winkler, k , μπορεί να συσχετιστεί με την εδαφική σφιγρότητα ως,

$$k = \delta E_s \quad (7)$$

όπου δ αδιάστατος συντελεστής. Η παραπάνω σχέση μπορεί να θεωρηθεί πλεονεκτικότερη αυτών οι οποίες βασίζονται στο μέτρο διάτμησης καθώς: (1) το εδαφικό υλικό μπροστά από τον πάσσαλο καταπονείται κυρίως σε συμπίεση παρά σε διάτμηση, (2) έχει παρατηρηθεί από αριθμητικές λύσεις ότι οι συσχετίσεις που βασίζονται στο μέτρο του Young επηρεάζονται λιγότερο από το λόγο Poisson απ' ότι αυτές που βασίζονται στο μέτρο διάτμησης (Roesset 1980, Dobry et al 1982).

Για παράδειγμα, συνδυάζοντας προβλέψεις από αναλύσεις Winkler και πεπερασμένων στοιχείων, οι Dobry et al (1982) πρότειναν την ακόλουθη έκφραση για τον συντελεστή δ :

$$\delta \approx 1.67 \left(\frac{E_p}{E_{sd}} \right)^{-0.053} \quad (8)$$

η οποία είναι ανεξάρτητη του λόγου Poisson. Αναφορικά με την παραπάνω εξίσωση, σημειώνεται ότι το δ επηρεάζεται ελάχιστα από το λόγο E_p/E_{sd} . Παραδείγματος χάριν, για λόγους $(E_p / E_{sd}) = 100$ και 1000 , η εξίσωση (8) προβλέπει τις τιμές $\delta = 1.31$ και 1.16 αντίστοιχα, οι οποίες διαφέρουν μόνο κατά 10%. Βάσει αυτής της παρατήρησης ο Roesset

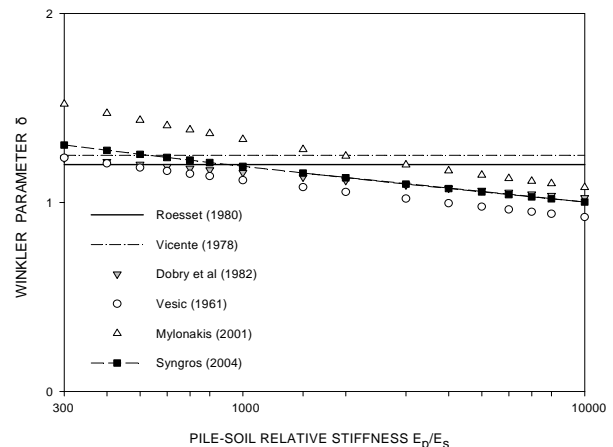
(1980) και οι Gazetas et al (1992) πρότειναν την παρακάτω απλοποίηση:

$$\delta = 1.2 \quad (9)$$

Πιο πρόσφατα, ο Syngros (2004), πρότεινε την παρακάτω σχέση για ομοιογενές έδαφος και για πάσσαλο και πάσσαλο χωρίς δυνατότητα στροφής στην κεφαλή

$$\delta \approx 2 \left(\frac{E_p}{E_{sd}} \right)^{-0.075} \quad (10)$$

Σύγκριση διαθέσιμων αλγεβρικών τύπων και αναλυτικών λύσεων γίνεται στο Σχήμα 3. Η εξίσωση που προτάθηκε από Gazetas et al (1992) χρησιμοποιείται στο υπόλοιπο αυτού του άρθρου.



Σχήμα 3: Παράμετρος ελατηριωτής σταθεράς Winkler. Σύγκριση διαθέσιμων αλγεβρικών σχέσεων από την βιβλιογραφία.
Figure 3: Winkler parameter δ . Comparisons of available expressions from the literature.

4.1 ΓΕΝΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Η εξίσωση ισορροπίας πασσάλου σταθερής διατομής σε ελαστικό έδαφος είναι

$$\frac{d^4 Y(z)}{dz^4} + 4 \lambda^4 Y(z) = 0 \quad (11)$$

όπου

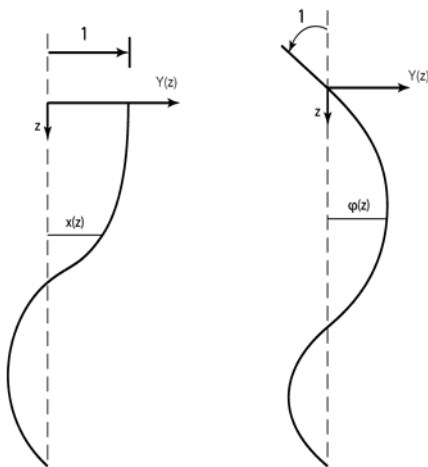
$$\lambda = \lambda(z) = \left[\frac{k(z)}{4E_p I_p} \right]^{1/4} \quad (12)$$

παράμετρος Winkler με διαστάσεις Μήκος⁻¹.

4.2 ΑΝΟΜΟΙΟΓΕΝΕΣ ΕΔΑΦΟΣ

Δεν υπάρχει γενική αναλυτική λύση της εξίσωσης (11) για μεταβλητή εδαφική σφιφρότητα $k(z)$ τυχαίας μορφής. Οι μόνες ακριβείς λύσεις που εμπλέκουν μεταβλητή σφιφρότητα είναι αυτές των Hetenyi (1946) και Franklin & Scott (1979), οι οποίες περιορίζονται στην ειδική περίπτωση $k = k_{sd} z/d$, δηλαδή σφιφρότητα αυξανόμενη αναλογικά με το βάθος. Οι λύσεις αυτές εκφράζονται ως δυναμοσειρές απείρων όρων, οι οποίες δεν ευνοούν χρήση σε πρακτικά προβλήματα.

Μία εύχρηστη προσεγγιστική λύση για ανομοιογενές έδαφος έχει προταθεί από τον Mylonakis (1995). Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην αντικατάσταση της άγνωστης συνάρτησης-λύσης $Y(z)$ με προσεγγιστικές συναρτήσεις $\chi(z)$ και $\varphi(z)$, οι οποίες παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα 4. Η συνάρτηση $\chi(z)$ αντιστοιχεί στο σχήμα παρεκτροπής του πασσάλου για μοναδιαία μετάθεση της κεφαλής υπό μηδενική περιστροφή, ενώ η συνάρτηση $\varphi(z)$ εκφράζει το σχήμα παρεκτροπής λόγω μοναδιαίας περιστροφής της κεφαλής υπό μηδενική μετάθεση (Σχήμα 4).



Σχήμα 4: Ορισμός συναρτήσεων $\chi(z)$ και $\varphi(z)$.
Figure 4: Definition of functions $\chi(z)$ and $\varphi(z)$.

Για εύκαμπτους πασσάλους, οι συναρτήσεις αυτές μπορούν να προσεγγιστούν μέσω αυτών για απειρομήκη πάσσαλο σε ομοιογενές έδαφος (Scott 1981, Mylonakis 1995),

$$\chi(z) = e^{-\mu z} (\sin \mu z + \cos \mu z) \quad (13a)$$

και

$$\varphi(z) = \frac{e^{-\mu z}}{\mu} \sin \mu z \quad (13b)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, η παράμετρος σχήματος μ είναι αντίστοιχη της παραμέτρου λ της εξίσωσης (12), και λαμβάνεται προσεγγιστικά ως η μέση τιμή της λ στο ενεργό μήκος L_a του πασσάλου,

$$\mu = \frac{1}{L_a} \int_0^{L_a} \lambda(z) dz \quad (14)$$

Θέτοντας $Y(z) = Y_0 \chi(z)$ ή $Y_0 \varphi(z)$ στην εξίσωση (11), όπου Y_0 η μετάθεση της κεφαλής του πασσάλου, πολλαπλασιάζοντας με $\varphi(z)$ και ολοκληρώνοντας ως προς το μήκος του πασσάλου προκύπτει η ολοκληρωματική σχέση:

$$K_{ij} = E_p I_p \int_0^L \chi_i''(z) \chi_j''(z) dz + \int_0^L k(z) \chi_i(z) \chi_j(z) dz \quad (15)$$

Στην εξίσωση (15), οι δείκτες i και j αναφέρονται στους τρεις όρους ακαμψίας (μετάθεσης, λικνισμού και σύζευξης πλευρικής μετάθεσης-λικνισμού). Παραδείγματος χάριν, όταν $\chi_i = \chi_j = \chi(z)$ λαμβάνεται η ακαμψία σε μετάθεση ($K_{ij} = K_{hh}$), ενώ χρησιμοποιώντας $\chi_i = \chi_j = \varphi(z)$ λαμβάνεται η ακαμψία σε περιστροφή ($K_{ij} = K_{rr}$). Η ακαμψία σε σύζευξη πλευρικής μετάθεσης-λικνισμού λαμβάνεται για $\chi_i = \chi(z)$, $\chi_j = \varphi(z)$.

5. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ

Στην περίπτωση όπου η σταθερά των ελατηρίων αυξάνεται αναλογικά με το βάθος ($n = 1$ στην εξίσωση 6), οι συντελεστές δυσκαμψίας υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$K_{hh} = E_p I_p \mu^3 + \frac{3 k_{sd} [(1 - \alpha) + 2 \alpha \mu d]}{8 \mu^2 d} \quad (16a)$$

$$K_{rr} = \frac{3}{2} E_p I_p \mu + \frac{3 k_{sd} [(1 - \alpha) + 2 \alpha \mu d]}{8 \mu^4 d} \quad (16b)$$

$$K_{rr} = E_p I_p \mu^2 + \frac{k_{sd} [3 (1 - \alpha) + 4 \alpha \mu d]}{16 \mu^3 d} \quad (16c)$$

όπου

$$\mu = \left(\frac{k_{sd}}{4 E_p I_p} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{4}{5} \left(\frac{I_a}{d} \right)^{-1} \times \frac{[(1-\alpha) \left(\frac{I_a}{d} \right) + \alpha]^{\frac{5}{4}} - \alpha^{\frac{5}{4}}}{1-\alpha} \quad (17)$$

Για παραβολική μεταβολή της τιμής των ελατηρίων με το βάθος ξεκινώντας από μηδενική τιμή στην επιφάνεια ($\alpha = 0$), οι συντελεστές ακαμψίας δίνονται από τις σχέσεις:

$$K_{hh} = E_p I_p \mu^3 + k_{sd} 2^{-\frac{(5+3n)}{2}} \left(\frac{1}{\mu d} \right)^n \times \frac{\Gamma(1+n)}{\mu} \left(2^{\frac{(3+n)}{2}} + 2 \sin \psi \right) \quad (18a)$$

$$K_{rr} = \frac{3}{2} E_p I_p \mu + k_{sd} 2^{-\frac{(9+3n)}{2}} \left(\frac{1}{\mu d} \right)^n \times \frac{\Gamma(1+n)}{\mu^3} \left(2^{\frac{(5+n)}{2}} - 4 \cos \psi \right) \quad (18b)$$

$$K_{tr} = E_p I_p \mu^2 + k_{sd} 2^{-\frac{(9+3n)}{2}} \left(\frac{1}{\mu d} \right)^n \times \frac{\Gamma(1+n)}{\mu^2} \left(2^{\frac{(5+n)}{2}} - 4 \cos \psi + 4 \sin \psi \right) \quad (18c)$$

όπου

$$\mu = \frac{4}{4+n} \left(\frac{I_a}{d} \right)^{\frac{n}{4}} \left(\frac{k_{sd}}{4 E_p I_p} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (19a)$$

και

$$\psi = \frac{\pi}{4} (1+n) \quad (19b)$$

$\Gamma(1+n)$ παριστάνει την συνάρτηση Γάμμα με όρισμα $(1+n)$. Στην περίπτωση πολύστρωτου εδαφικού μέσου οι αντίστοιχες σχέσεις είναι (Mylonakis, 1995):

$$K_{hh} = \frac{E_p I_p}{\mu} \sum_{i=1}^m e^{-2\mu z} [(\mu^4 - \lambda_i^4) (\sin 2\mu z + \cos 2\mu z) - 2(\mu^4 + \lambda_i^4)]_{z_i^{(top)}}^{z_i^{(bot.)}} \quad (20a)$$

$$K_{rr} = \frac{E_p I_p}{2\mu^3} \sum_{i=1}^m e^{-2\mu z} [(\mu^4 - \lambda_i^4) (\sin 2\mu z - \cos 2\mu z) - 2(\mu^4 + \lambda_i^4)]_{z_i^{(top)}}^{z_i^{(bot.)}} \quad (20b)$$

$$K_{tr} = \frac{E_p I_p}{\mu^2} \sum_{i=1}^m e^{-2\mu z} [(\mu^4 - \lambda_i^4) \sin 2\mu z - 2(\mu^4 + \lambda_i^4)]_{z_i^{(top)}}^{z_i^{(bot.)}} \quad (20c)$$

όπου $z_i^{(top)}$ και $z_i^{(bot.)}$ τα υψόμετρα της κορυφής και της βάσης του εδαφικού στρώματος i αντίστοιχα.

Για δίστρωτο έδαφος, οι παραπάνω σχέσεις απλοποιούνται ως εξής (Mylonakis 1995):

$$K_{hh} = \frac{EI}{\mu} [e^{-2\mu h_1} (\lambda_2^4 - \lambda_1^4) (\sin 2\mu h_1 + \cos 2\mu h_1 + 2) + \mu^4 + 3\lambda_1^4] \quad (21a)$$

$$K_{rr} = \frac{EI}{2\mu^3} [e^{-2\mu h_1} (\lambda_2^4 - \lambda_1^4) (\sin 2\mu h_1 - \cos 2\mu h_1 + 2) + 3\mu^4 + \lambda_1^4] \quad (21b)$$

$$K_{tr} = \frac{EI}{\mu^2} [e^{-2\mu h_1} (\lambda_2^4 - \lambda_1^4) (\sin 2\mu h_1 + 1) + \mu^4 + \lambda_1^4] \quad (21c)$$

όπου

$$\lambda_1 = \sqrt[4]{\frac{k_1}{4 E_p I_p}} \quad (22a)$$

$$\lambda_2 = \sqrt[4]{\frac{k_2}{4 E_p I_p}} \quad (22b)$$

και

$$\mu = \left[\frac{\lambda_1 h_1 + \lambda_2 (L_a - h_1)}{L_a} \right] \quad (23)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις, h_1 αντιστοιχεί στο πάχος του επιφανειακού στρώματος. Η εξίσωση (23) ισχύει για $L_a > h_1$. Αν το επιφανειακό στρώμα είναι παχύτερο από L_a , τότε το μ λαμβάνεται ίσο με λ_1 .

Ισοδύναμο Ομοιογενές Έδαφος

Είναι χρήσιμο να οριστεί ένα ομοιογενές εδαφικό προφίλ “μέσης” στιφρότητας. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα μέσω της σταθεράς μ της εξίσωσης (12), η οποία είναι ανεξάρτητη του βάθους και οδηγεί στην έκφραση:

$$K_{ij,hom} = E_p I_p \int_0^L \chi_i''(z) \chi_j''(z) dz + 4 E_p I_p \mu^4 \int_0^L \chi_i(z) \chi_j(z) dz \quad (24)$$

Διαιρώντας τις εξισώσεις (15) και (24) προκύπτει μία αδιάστατη παράμετρος στιφρότητας:

$$X_{ij} = \frac{E_p I_p \int_0^L \chi_i''(z) \chi_j''(z) dz + \int_0^L k(z) \chi_i(z) \chi_j(z) dz}{E_p I_p \int_0^L \chi_i''(z) \chi_j''(z) dz + 4 E_p I_p \mu^4 \int_0^L \chi_i(z) \chi_j(z) dz} \quad (25)$$

Στο Σχήμα (5) παρουσιάζεται γραμμικό εδαφικό προφίλ με πεπερασμένη στιφρότητα στην επιφάνεια. Τα γραφήματα έγιναν για τρεις διαφορετικούς λόγους μέτρων ελαστικότητας, E_p/E_s , και με α να ποικίλλει από 0 μέχρι 1. Σημειώνεται ότι με $\alpha = 1$ περιγράφεται ομοιογενές έδαφος και με $\alpha = 0$ έδαφος με μηδενική στιφρότητα στην επιφάνεια. Η αναλυτική λύση της εξίσωσης (25) συγκρίνεται με ακριβέστερη αριθμητική λύση βάσει του μοντέλου Winkler μέσω του προγράμματος DAP (Mylonakis, 1996). Σε όλες τις περιπτώσεις η αναλυτική λύση συμφωνεί ικανοποιητικά με την αριθμητική.

Επιπλέον διαπιστώνεται ότι στον λικνισμό η κανονικοποιημένη στιφρότητα δεν είναι ευαίσθητη στη σταθερά ανομοιογένειας α . Το γεγονός αυτό δικαιολογείται γιατί στον συγκεκριμένο τρόπο παραμόρφωσης, ο πάσσαλος κινητοποιεί την αντίδραση του εδάφους καθ'όλο το ενεργό μήκος του και έτσι η παραδοχή ενός ισοδύναμου εδαφικού προφίλ οδηγεί σε ακριβή αποτελέσματα. Μια μέση συμπεριφορά παρατηρείται για τη σύζευξη πλευρικής μετατόπισης-περιστροφής. Η διακεκομμένη γραμμή στο δεύτερο γράφημα που αναφέρεται στην περίπτωση αυτή, αναπαριστά την προσέγγιση

$$X_{hr} = 0.35 X_{hh} + 0.65 X_{rr} \quad (26a)$$

όπου

$$X_{rr} \approx 1.0 \quad (26b)$$

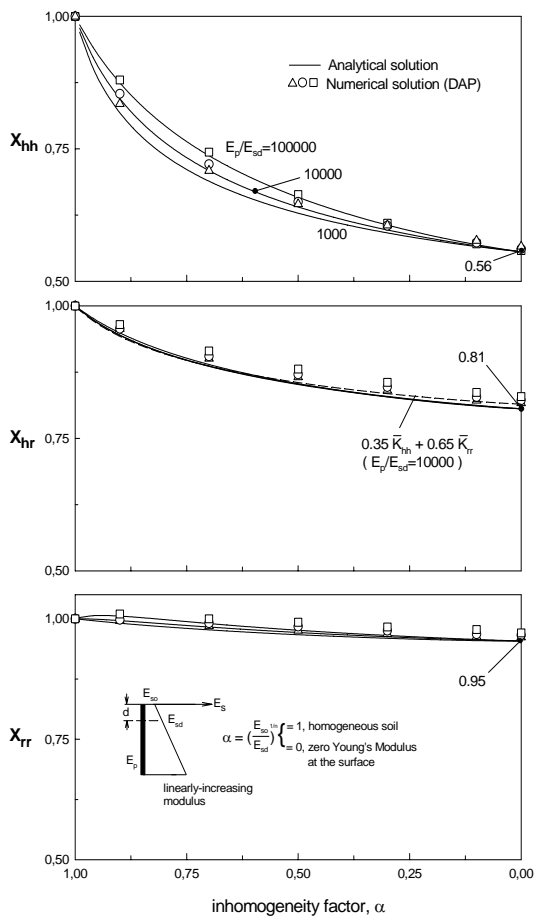
η οποία δηλώνει ότι η δυσκαμψία σύζευξης μετάθεσης-λικνισμού εξαρτάται σε μεγαλύτερο βαθμό από τον όρο λικνισμού παρά από εκείνον της μετάθεσης.

Οι παραπάνω προσεγγίσεις επιτρέπουν τον καθορισμό της συνολικής στιφρότητας σε όλους τους τρόπους παραμόρφωσης με τον υπολογισμό μόνο της δυσκαμψίας σε μετάθεση. Οι εξ. (26) έχουν υπολογιστεί για $E_p/E_s = 10000$, αλλά είναι φανερό ότι ο λόγος στιφρότητας δεν τις επηρεάζει ουσιωδώς.

Το Σχήμα (6) παρουσιάζει τους τρεις όρους της κανονικοποιημένης εδαφικής στιφρότητας για εδαφικό προφίλ με μηδενικό μέτρο ελαστικότητας στην επιφάνεια ($\alpha=0$). Τα γραφήματα αντιστοιχούν σε τρεις διαφορετικούς λόγους μέτρων ελαστικότητας, $E_p/E_s = 1000, 10000$ και 100000 και δείκτη ανομοιογένειας n από 0 μέχρι 2. Σημειώνεται ότι $n = 0$ δηλώνει ομοιογενές έδαφος και $n = 1$ γραμμικό εδαφικό προφίλ. Η αναλυτική λύση συγκρίνεται με την αριθμητική λύση του Mylonakis (1995). Σε όλες τις περιπτώσεις και για όλες τις τιμές των λόγων μέτρων ελαστικότητας, η αναλυτική λύση βρίσκεται σε ικανοποιητική συμφωνία με την αριθμητική.

Επιπλέον διαπιστώνεται ότι στο λικνισμό η εδαφική στιφρότητα μπορεί να θεωρηθεί σταθερή για οποιαδήποτε τιμή του δείκτη ανομοιογένειας n . Έτσι, η προσέγγιση της εξίσωσης (26b) ισχύει για οποιοδήποτε τιμή του n μεταξύ του μηδενός και του ένα. Η διακεκομμένη γραμμή στο δεύτερο γράφημα που αναφέρεται στην σύζευξη πλευρικής μετατόπισης-περιστροφής, αναφέρεται στις εξισώσεις (26) και παρέχει μία καλή προσέγγιση του X_{hr} .

Το Σχήμα (7) παρουσιάζει την κανονικοποιημένη συνολική στιφρότητα για αυθαίρετο εδαφικό προφίλ και αυθαίρετο μέτρο ελαστικότητας στην επιφάνεια συναρτήσει του δείκτη ανομοιογένειας n . Τα γραφήματα υπολογίστηκαν βάσει αριθμητικών λύσεων από το πρόγραμμα DAP (Mylonakis, 1996) για λόγο μέτρων ελαστικότητας, $E_p/E_s = 1000$. Οι λύσεις αυτές συγκρίνονται με τις αντίστοιχες και όσες διαθέσιμες αναλυτικές. Είναι προφανές ότι υπάρχει ικανοποιητική συμφωνία σε όλες τις περιπτώσεις. Το Σχήμα (7) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσεγγιστικό υπολογισμό της συνολικής στιφρότητας στην επιφάνεια, για περιπτώσεις που δεν υπάρχουν διαθέσιμες αναλυτικές λύσεις.

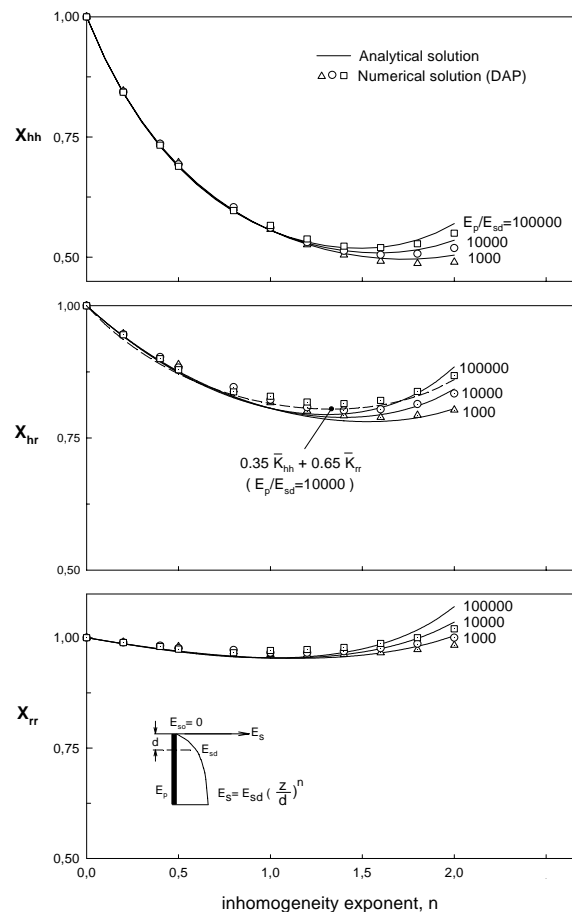


Σχήμα 5: Κανονικοποιημένη εδαφική στιφρότητα για γραμμικό εδαφικό προφίλ ($n=1$). Σύγκριση της προτεινόμενης αναλυτικής λύσης με ακριβή ανάλυση Winkler. Οι καμπύλες σχεδιάστηκαν για $E_p/E_{sd} = 100000$, 10000 και 1000 ; $\nu = 0.5$, $\delta = 1.2$

Figure 5: Normalized pile stiffness for a linear soil profile ($n = 1$). Comparison of the proposed analytical solution with an exact Winkler analysis. Curves correspond to $E_p/E_{sd} = 100000$, 10000 , and 1000 ; $\nu = 0.5$, $\delta = 1$.

6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

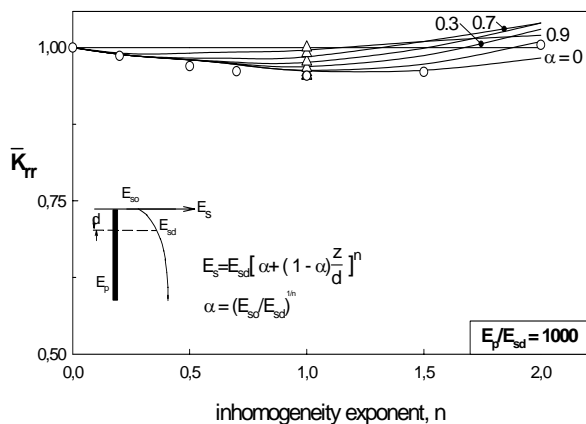
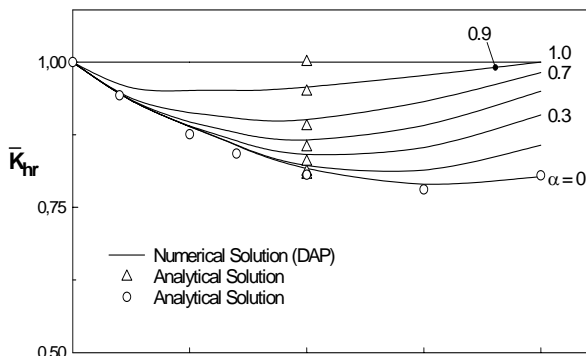
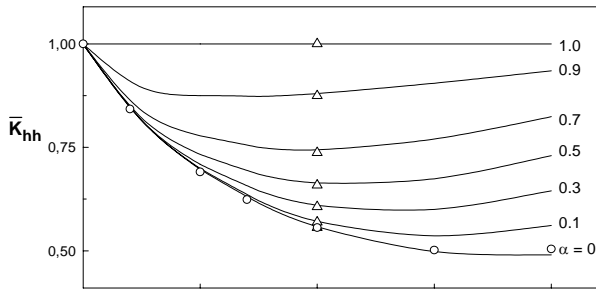
Παρουσιάστηκε προσεγγιστική αναλυτική λύση για την ακαμψία πλευρικά φορτισμένου πασσάλου σε ανομοιογενές έδαφος. Η μέθοδος βασίζεται στο ελατηριωτό πρότυπο Winkler σε συνδυασμό με προσεγγιστικές συναρτήσεις σχήματος για την παρεκτροπή πασσάλου, όταν η κεφαλή υπόκειται σε μετατόπιση και ροπή. Τα κυριότερα συμπεράσματα από την εργασία είναι:



Σχήμα 6 Κανονικοποιημένη δυσκαμψία πασσάλου για ανομοιογενές εδαφικό προφίλ με μηδενική ελαστική σταθερά στην επιφάνεια ($\alpha=0$). Σύγκριση της προτεινόμενης αναλυτικής λύσης με ακριβή ανάλυση Winkler; $\nu=0.5$, $\delta=1.2$

Figure 6: Normalized pile stiffness for an inhomogeneous soil profile with zero elastic modulus at the surface ($\alpha = 0$). Comparison of the proposed analytical solution with an exact Winkler analysis; $\nu=0.5$, $\delta=1.2$

1. Η προτεινόμενη μέθοδος επιτρέπει την εξαγωγή κλειστών λύσεων, οι οποίες προσφέρουν εποπτεία στη φυσική του προβλήματος.
2. Τα αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου συμφωνούν με τα αποτελέσματα αυστηρότερων αριθμητικών λύσεων.



Σχήμα 7: Κανονικοποιημένη δυσκαμψία πασσάλου χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα DAP. Σύγκριση με την προτεινόμενη αναλυτική λύση. Οι καμπύλες σχεδιάστηκαν για $\alpha = 0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$, και 1.0 ; $\nu = 0.5$, $\delta = 1.2$

Figure 7: Normalized pile stiffness using computer program DAP. Comparison with the proposed analytical solution; curves were obtained for $\alpha = 0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$, and 1.0 ; $\nu = 0.5$, $\delta = 1.2$

3. Η παραδοχή ισοδύναμου ομοιογενούς εδάφους με μέσα χαρακτηριστικά είναι ρεαλιστική για τη δυσκαμψία σε λικνισμό, υπερεκτιμά όμως τη δυσκαμψία σε μετάθεση και σε σύζευξη πλευρικής μετατόπισης – περιστροφής.

7. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Fleming et al (1991). Piling engineering, 2nd edition, John Wiley & Sons.

Franklin & Scott (1979). "Beam equation with variable foundation coefficient", J. Engineering Mechanics, ASCE, 105, 5, 811-827

Gazetas (1990). *Foundation Vibrations, in Foundation Engineering Handbook* (H. Y. Fang, ed.) Van Nostrand Reinholds, NY, pp. 553-593

Gazetas et al (1992). "Seismic response of soil-pile-foundation-structure systems: some recent developments", *Piles Under Dynamic Loads*, Geotech. Sp. Publ. No34, ASCE, 56-93

Hetenyi, M. (1946). "Beams on elastic foundations", University of Michigan Press.

Mylonakis, G. (1995) "Contributions to the Static and Seismic Analysis of Piles and Pile-Supported Bridge Piers" Ph.D. Dissertation, State University of New York.

Mylonakis, G. (2001). "Elastodynamic Model for Large-diameter End-bearing Shafts", *Soils & Foundation*, 41(3), pp.31-44

Mylonakis, G. and Roubas, D. (2001). "Lateral Impedance of Single Piles in Inhomogeneous Soil", *Proceedings, Fourth International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, San Diego, pp. 26-31

Pender, M. (1993). "A seismic pile foundation design analysis", *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, Vol. 26, No. 1, pp. 49-160

Poulos H.G. & Davis E. (1980). "Pile foundation analysis and design", John Wiley

Scott R. F (1981). *Foundation Analysis*, Prentice Hall

Syngros, K (2004). "Contributions to the static and seismic analysis of piles and pile supported bridge piers evaluated through case histories" Ph.D. Dissertation, City University of New York.