

## Η επίδραση της συνάφειας στο μήκος πλαστικής άρθρωσης υποστηλωμάτων - αναλυτική επίλυση

**Κωνσταντίνος Μεγαλοικονόμου**

*Υπ. Διδάκτωρ, Πανεπιστήμιο Κύπρου, kmegal01@ucy.ac.cy*

**Σουσάνα Ταστάνη**

*Λέκτορας, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, stastani@civil.duth.gr*

**Σταυρούλα Πανταζοπούλου**

*Καθηγήτρια, Πανεπιστήμιο Κύπρου / Πανεπιστήμιο Γιόρκ, Καναδά, pantaz@ucy.ac.cy*

### Εκτενής Περίληψη

Μια μεγάλη συνιστώσα της ικανότητας παραμόρφωσης υποστηλωμάτων οπλισμένου σκυροδέματος αποτελεί η στροφή εξόλκευσης που εμφανίζεται στις κρίσιμες διατομές κοντά στις στηρίξεις ως αποτέλεσμα της διείδυσης των παραμορφώσεων τόσο μέσα στην στήριξη (θεμέλιο) όσο και μέσα στο διατμητικό άνοιγμα. Στα υποστηλώματα που δεν αστοχούν από ρηγμάτωση του κορμού από διαγώνιο εφελκυσμό, ο μηχανισμός αυτός παραμόρφωσης αυξάνεται σταδιακά με την επιβαλλόμενη μετατόπιση, διεκδικώντας ένα δεσπόζον μερίδιο της ικανότητας παραμόρφωσης κοντά στην οριακή κατάσταση αστοχίας. Για να αξιολογηθεί αυτή η συνιστώσα της απόκρισης, είναι απαραίτητο να λυθούν και να εξακριβωθούν οι σχέσεις που αφορούν την συνάφεια κατα μήκος του κύριου οπλισμού του καταπονημένου στοιχείου υπο σεισμική φόρτιση, ο οποίος παραμορφώνεται πέρα από το όριο διαρροής και μέσα στο εύρος της κράτυνσης. Οι περιοχές όπου μπορούν να αναπτυχθούν μεγάλες ανελαστικές παραμορφώσεις βρίσκονται μέσα στο λεγόμενο μήκος πλαστικής άρθρωσης καθώς και στο μήκος αγκύρωσης του διαμήκους οπλισμού, αφού και τα δύο βρίσκονται κοντά στην κρίσιμη διατομή. Λόγω της ανάπτυξης ανελαστικής παραμόρφωσης, ο οπλισμός υπόκειται σε αλλαγή του μήκους του; αυτή η επίμηκυνση είναι υπεύθυνη για την μεγάλη καμπτική ρωγμή που παρατηρείται συνήθως στη βάση του υποστηλώματος. Άλλες ενδείξεις επίμηκυνσης του οπλισμού είναι α) η κατακόρυφη μετατόπιση η οποία έχει αναφερθεί ότι εμφανίζεται στην κορυφή του υποστηλώματος-προβόλου κατά τη διάρκεια πλευρικής ανακυκλιζόμενης φόρτισης καθώς και β) η επίσπωση της σύνθλιψης της επικάλυψης στην θλιβόμενη ζώνη λόγω τοπικής αύξησης της θλιπτικής παραμόρφωσης που οφείλεται στην στροφή στερεού σώματος από την εξόλκευση του εφελκυσμένου οπλισμού (Syntzirma et. al. 2010).

Η διείδυση της παραμόρφωσης εμφανίζεται στις ράβδους πέραν της κρίσιμης διατομής λόγω εξασθένησης της συνάφειας που παρατηρείται όταν η ολίσθηση του οπλισμού υπερβεί μια κρίσιμη τιμή η οποία σηματοδοτεί την έναρξη του φθιτού κλάδου στον νόμο συνάφειας-ολίσθησης. Αναλυτικά μοντέλα που αντιπροσωπεύουν την κατάσταση της συνάφειας κατα μήκος της πλευρικής επιφάνειας μιας ενσωματωμένης ράβδου οπλισμού μπορούν να συμβάλουν στην κατανόηση και προσομοίωση ή και πρόβλεψη της συμπεριφοράς στοιχείων σκυροδέματος υπό ανακυκλιζόμενη ένταση. Στην προκείμενη έρευνα εξετάζεται η κατάσταση του διαμήκους εφελκυσμένου οπλισμού υποστηλώματος που φέρει συνδυασμό ανακυκλιζόμενης τέμνουσας και ροπής με συνδυασμό κατακόρυφου θλιπτικού φορτίου. Η εντατική κατάσταση κατά μήκος του οπλισμού στην βάση του

υποστυλώματος εξετάζεται με αναφορά στις συνθήκες συνάφειας. Μέσω επίλυσης της τάσης και παραμόρφωσης του οπλισμού ως ένα πρόβλημα συνάφειας-ολίσθησης στο διατμητικό άνοιγμα του στοιχείου είναι δυνατόν να προσομοιωθούν όχι μόνο τα φαινόμενα της εφελκυστικής δυσκανψίας και διείδυσης της παραμόρφωσης πέρα από την περιοχή που ορίζει η κλασική θεωρία της κάμψης, αλλά και να ορισθεί ανεξάρτητα το μήκος της πλαστικής άρθρωσης λαμβάνοντας υπόψη την επέκταση της διαρροής αμφίπλευρα από την κρίσιμη διατομή (δηλ. προς το θεμέλιο αλλά και προς το διατμητικό άνοιγμα του στοιχείου). Σημειώνεται ότι ο συμβατικός ορισμός του μήκους πλαστικής άρθρωσης υποστηλώματος υπό σεισμική τέμνουσα αναφέρεται στο διάστημα πέραν της κρίσιμης διατομής σύνδεσης με δοκό ή θεμέλιο και εντός του διατμητικού ανοίγματος, όπου η καμπτική ροπή  $M$  υπερβαίνει το μέγεθος διαρροής του εφελκυσμένου οπλισμού  $M_y$  (Εξ. 1 )

$$\ell_{pl} = (M_u - M_y) \cdot L_s / M_y \quad (1)$$

$$\ell_{pl} = 0.1 \cdot L_s + 0.17 \cdot h + 0.24 \cdot D_b \cdot f_y / \sqrt{f_c} \quad (2)$$

Κατά τον EN1998-3 (EC8-III) το μήκος της πλαστικής άρθρωσης προκύπτει από βαθμονομημένες εμπειρικές σχέσεις, συνυπολογίζοντας το διατμητικό άνοιγμα και το ύψος διατομής του δομικού στοιχείου, την διάμετρο και την τάση διαρροής του εφελκυσμένου οπλισμού Εξ. (2). Η εμπειρική συμβολή των ιδιοτήτων του οπλισμού στο μήκος πλαστικής άρθρωσης ουσιαστικά αποδίδει την έννοια της διείδυσης διαρροής που συμβαίνει ταυτοχρόνως εντός του διατμητικού ανοίγματος και της περιοχής στήριξης του υποστηλώματος.

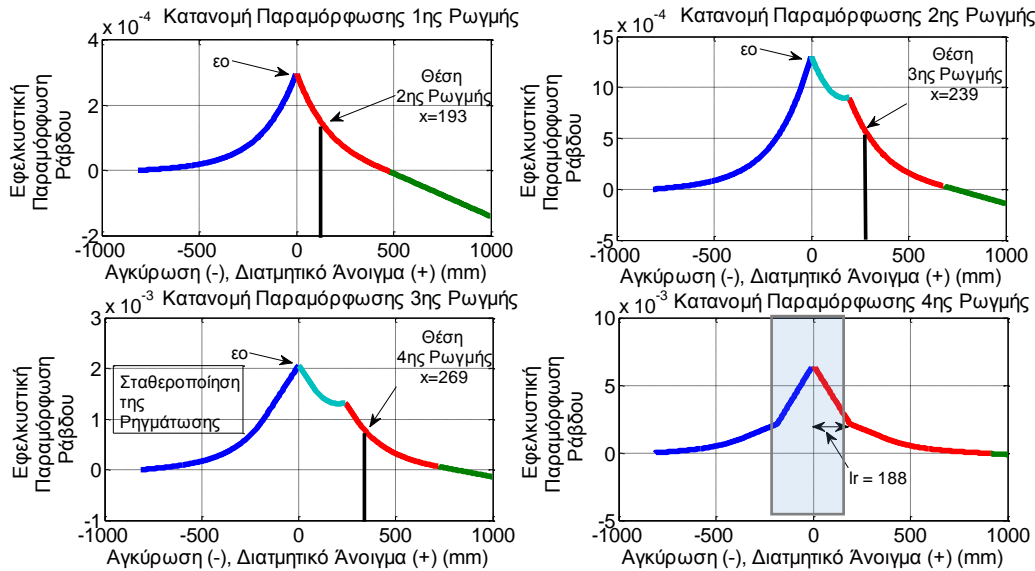
Η επίλυση του προβλήματος στην παρούσα έρευνα ξεκινάει με δεδομένη την σχέση παραμόρφωσης του οπλισμού με την επιβαλλόμενη ροπή στην στήριξη. Η παραμόρφωση στην θέση αυτή αποτελεί παράμετρο ελέγχου για όλο το πρόβλημα. Υπέρβαση της παραμόρφωσης ρηγματώσεως στην κρίσιμη διατομή καταργεί τοπικά την κινηματική υπόθεση περί επιπεδότητας των διατομών εφόσον ο οπλισμός παραλαμβάνει εφελκυστικό φορτίο σε αντίθεση με το περιβάλλον σκυρόδεμα στην εφελκυσμένη ζώνη. Η μεταφορά τάσεων από τον οπλισμό στο σκυρόδεμα περιγράφεται με την διαφορική εξίσωση της συνάφειας σύμφωνα με:

$$df/dx = -(4/D_b)f_b \quad (3\alpha)$$

$$ds/dx = -(\varepsilon - \varepsilon_c) \cong -\varepsilon \quad (3\beta)$$

Οι ως άνω διαφορικές εξισώσεις επιλύονται αμφίπλευρα της κρίσιμης διατομής. Στην μέν αγκύρωση (θεμέλιο) οι συνοριακές συνθήκες αναφέρονται στο μήκος αγκύρωσης του οπλισμού, και στην συνθήκη μηδενισμού της παραμόρφωσης του χάλυβα στο ελεύθερο άκρο, με γνωστό το μέγεθος της παραμόρφωσης οπλισμού στην κρίσιμη θέση. Αντίστοιχα στο διατμητικό άνοιγμα του στοιχείου (δηλαδή το μήκος  $L_s$  του υποστυλώματος που εκτείνεται από την κρίσιμη διατομή μέχρι το σημείο μηδενισμού της ροπής υπό οριζόντια σχετική μετάθεση των άκρων του υποστυλώματος (μέσο του ύψους) ορίζεται η έννοια της διαταραγμένης περιοχής όπου η κατανομή των παραμορφώσεων στον οπλισμό ορίζεται από την επίλυση των Εξ. (3) και όχι από το διάγραμμα ροπής-καμπυλότητας. Οι συνοριακές συνθήκες διαφοροποιούνται, εφόσον το μήκος μεταφοράς δυνάμεων από τον οπλισμό στο σκυρόδεμα, δηλ. το μήκος της διαταραγμένης περιοχής,  $L_d < L_s$ , δεν είναι εξ'αρχής γνωστό και μεταβάλλεται με την ένταση της επιβαλλόμενης παραμόρφωσης στην κρίσιμη διατομή. Είναι όμως γνωστή η σύγκλιση των παραμορφώσεων που προκύπτουν από τις δύο θεωρήσεις (δηλ. από την κλασική ανάλυση της διατομής σε κάμψη και την επίλυση της Εξ. (3) στο τέλος της διαταραχής, πληροφορία που χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος. Η δημιουργία περαιτέρω ρωγμών προκαλεί περαιτέρω δημιουργία νέων καμπτικών ρωγμών, και ως εκ τούτου επέκταση της διαταραγμένης περιοχής, διαδικασία που προσομοιώνεται και υπολογίζεται αναλυτικά. Κλειδί στην αλγοριθμική επίλυση του προβλήματος αποτελεί η εισαγωγή ελαστοπλαστικού νόμου συνάφειας-

ολίσθησης με απομένουσα αντοχή μετά την αστοχία και η συστηματική, βήμα προς βήμα, παρακολούθηση της ανάπτυξης νέων ρωγμών αλλά και αύξηση των παραμορφώσεων των ράβδων του οπλισμού σε επίπεδο πέραν του σταδίου διαρροής. Σημειώνεται ότι η αύξηση αυτή συμβαίνει αμφίπλευρα όπως φαίνεται στο Σχ. 1 που περιγράφει τη κατανομή των παραμορφώσεων κατά μήκος αντιπροσωπευτικού υποστυλώματος τύπου προβόλου το οποίο υπόκειται σε οριζόντιο καμποδοιατμητικό φορτίο που προσομοιώνει σεισμικά φαινόμενα. Το μήκος της πλαστικής άρθρωσης στην προκειμένη περίπτωση προκύπτει ως το μήκος της περιοχής όπου η επίλυση της διαφορικής εξίσωσης συνάφειας υπερβαίνει το όριο της διαρροής (βλ. γκριζα περιοχή στο Σχ. 1(δ) κάτωθι).



Σχ. 1. Κατανομές παραμόρφωσης ράβδου στην αγκύρωση (μπλε καμπύλες) και στο διατμητικό άνοιγμα (γαλάζιες, κόκκινες, πράσινες καμπύλες) όπου φαίνεται η θέση των ρωγμών (2<sup>η</sup> - 4<sup>η</sup>).

Συνεπώς, η διείδυση της διαρροής προσδιορίζει μονοσήμαντα την πλαστική άρθρωση, αναφέρεται στην έκταση της μη γραμμικής περιοχής και καθορίζει με την σειρά της την ολίσθηση εξόλκευσης δηλ. το εύρος ρωγμής που παρατηρείται στην κρίσιμη διατομή. Σε αντίθεση με τις σταθερές τιμές σχεδιασμού που υιοθετούνται από τους κανονισμούς (βλ. Εξ. 2), ο παραπάνω ορισμός είναι ο μόνος συνεπής ορισμός της έννοιας του μήκους της πλαστικής άρθρωσης αφού συνυπολογίζει το μηχανισμό μεταφοράς δυνάμεων κατά μήκος του οπλισμού λαμβάνοντας υπόψη την καταστατική ιδιότητα των υλικών. Τα αριθμητικά αποτελέσματα συμφωνούν επαρκώς με τα αντίστοιχα πειραματικά, γεγονός που καθιστά αποτελεσματική την προτεινόμενη υπολογιστική μεθοδολογία

## Βιβλιογραφία

- Syntzirma D. V., Pantazopoulou S. J. and Aschheim M. (2010), “Load history effects on deformation capacity of flexural members limited by bar buckling”, *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 136, No. 1, pp. 1–11.
- EN 1998-3 (2005), Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 3: Assessment and retrofitting of buildings. European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- Tastani S.P., Pantazopoulou S.J. (2013), “Yield penetration in seismically loaded anchorages: effects on member deformation capacity”, *TechnoPress Earthquake and Structures*, Vol. 5, No. 5, pp. 527-552.