

Μόρφωση μακροστοιχείου για την εξέταση της συμπεριφοράς λικνιζομένων παραμορφώσιμων σωμάτων

A macroelement formulation for the examination of the response of rocking deformable bodies

Ευάγγελος ΑΥΓΕΝΑΚΗΣ¹, Ιωάννης Ν. ΨΥΧΑΡΗΣ²

Λέξεις κλειδιά: Λικνισμός, μακροστοιχείο, μη γραμμική συμπεριφορά
Keywords: Rocking, macroelement, nonlinear behaviour

ΠΕΡΙΛΗΨΗ : Τα τελευταία χρόνια έχει αναζωπυρωθεί το ενδιαφέρον για τη χρήση λικνιζόμενων μελών στο σχεδιασμό αντισεισμικών κατασκευών. Τα πλεονεκτήματα της χρήσης τέτοιων μελών περιλαμβάνουν τον περιορισμό των βλαβών, τη δυνατότητα επαναφοράς της κατασκευής στην αρχική θέση της και τον περιορισμό των δυνάμεων που μεταβιβάζονται στην κατασκευή.

Παρά τη σημασία τέτοιων μελών, λίγα προσομοιώματα που να μπορούν να περιγράψουν ρεαλιστικά τη συμπεριφορά παραμορφώσιμων λικνιζομένων σωμάτων μπορούν να βρεθούν στη βιβλιογραφία, καθώς μεγάλο μέρος της σχετικής έρευνας επικεντρώνεται στη συμπεριφορά άκαμπτων σωμάτων ή αγνοεί τη μη γραμμικότητα κοντά στην περιοχή επαφής.

Στην παρούσα εργασία, παρουσιάζεται μία διατύπωση ενός μακροστοιχείου που λαμβάνει υπόψη του την παραμόρφωση λικνιζομένων μελών τόσο καθ' ύψος όσο και κοντά στη βάση. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το προτεινόμενο στοιχείο συμφωνούν εξαιρετικά με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από εμπορικά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, όπως το Abaqus, ενώ το μακροστοιχείο απαιτεί ελάχιστο υπολογιστικό χρόνο σε σχέση με εμπορικά προγράμματα.

ABSTRACT : An increasing interest in the use of rocking members in earthquake resistant structural systems has been observed in recent years. The benefits of such members include the limitation of the damage, re-centering capabilities and reduction of seismic forces transmitted to the rest of the structure.

Despite the importance of such members, few models able to describe the response of flexible rocking members in structural systems realistically can be found in literature, since most of the relevant research focuses on the response of rigid bodies or ignores the stress nonlinearity near the contact area.

¹ Υποψήφιος Διδάκτορας, Εργαστήριο Αντισεισμικής Τεχνολογίας, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, email: vavgen@central.ntua.gr

² Καθηγητής, Εργαστήριο Αντισεισμικής Τεχνολογίας, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, email: ipsych@central.ntua.gr

In this paper, a macroelement formulation is presented, which is able to take into account the deformability of the body along its height, as well as the deformation near its base. Comparisons of the obtained results with corresponding results obtained with Abaqus show excellent agreement, while the proposed macroelement approach requires extremely low runtimes compared to conventional finite element codes.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα τελευταία χρόνια έχει αναζωπυρωθεί το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας για τη λικνιστική συμπεριφορά σωμάτων και δομικών μελών. Αντίθετα με τα συμβατικά μέλη που μελετώνται στην κλασική μηχανική, τα οποία μπορούν να αναπτύξουν εφελκυστικές τάσεις στη βάση τους, απλά εδραζόμενα μέλη μπορούν να αναπτύξουν μόνο θλιπτικές τάσεις, κάτι το οποίο οδηγεί σε σημαντική διαφοροποίηση της συμπεριφοράς τους σε σχέση με τη συμπεριφορά συμβατικών μελών. Κατά τη διάρκεια ενός σεισμού, τα μέλη αυτά αναμένεται να αποκολληθούν μερικώς από τη βάση έδρασης και να περιστραφούν γύρω από το ένα τους άκρο. Η κατακόρυφη δύναμη δρα ως δύναμη επαναφοράς του σώματος στην αρχική του θέση.

Η εισαγωγή λικνιζομένων μελών σε πραγματικές κατασκευές θεωρείται ως μια πολλά υποσχόμενη λύση για τον αντισεισμικό σχεδιασμό κατασκευών. Αντίθετα με τα συμβατικά δομικά στοιχεία που σχεδιάζονται ώστε να διαρρεύσουν και να αναπτύξουν βλάβες και παραμένουσες παραμορφώσεις σε ένα σεισμικό γεγονός, απαιτώντας επεμβάσεις μετά το γεγονός, τα λικνιζόμενα μέλη δεν εμφανίζουν εμφανίζουν σημαντικές βλάβες και παραμένουσες μετακινήσεις. Ταυτόχρονα, παρουσιάζουν συμπεριφορά παρόμοια με αυτή διαρρέοντων μελών, με αποτέλεσμα οι δυνάμεις που μεταβιβάζονται στην υπόλοιπη κατασκευή να περιορίζονται.

Έως τώρα, λικνιζόμενα στοιχεία έχουν χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση βάρθρων γεφυρών (π.χ. τη σιδηροδρομική γέφυρα του Rangitikei, Skinner et al, 1980), ενώ αρκετές αναλυτικές και πειραματικές διερευνήσεις έχουν πραγματοποιηθεί πάνω σε λικνιζόμενα προκατασκευασμένα τοιχώματα (π.χ. Priestley 1991, Sriharan et al. 2007, Kam et al. 2010). Σημειώνεται ότι συστάσεις για αυτόν τον εναλλακτικό τρόπο σχεδιασμού έχουν δημοσιευτεί από αρκετούς οργανισμούς.

Όσον αφορά στη διερεύνηση της δυναμικής συμπεριφοράς, αρκετές αναλυτικές προσεγγίσεις έχουν παρουσιαστεί για την περίπτωση του άκαμπτου λικνιζόμενου σώματος (π.χ. Housner 1963, Yim et al. 1980, Zhang and Makris 2001, Dimitrakopoulos and DeJong 2012) και έχουν προταθεί προσεγγιστικές σχέσεις για το σχεδιασμό ελεγχόμενων λικνιζόμενων συστημάτων. Παρόλα αυτά, λίγα υπολογιστικά προσομοιώματα υπάρχουν για την περιγραφή της συμπεριφοράς παραμορφώσιμων λικνιζόμενων σωμάτων (π.χ. Roh and Reinhorn 2009ab, Acikgoz and DeJong 2012, Penna et al 2014, Vassiliou et al 2016). Οι περισσότερες από αυτές τις εργασίες, όμως, θεωρούν τη βάση του σώματος άκαμπτη, ή λαμβάνουν υπόψη τη μη γραμμικότητα τάσεων μόνον στη διεπιφάνεια σώματος –

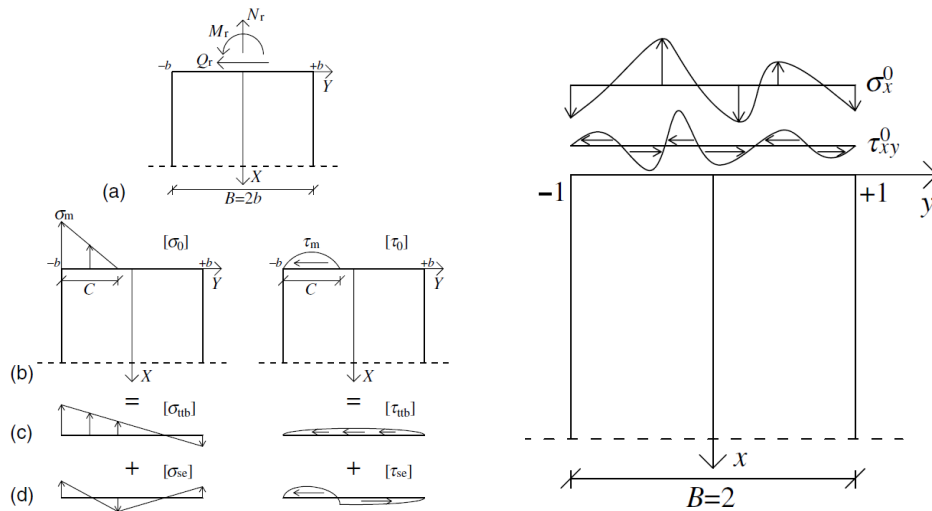
βάσης έδρασης, ή κάνουν απλοποιητικές παραδοχές για την κατανομή των τάσεων κοντά στην περιοχή επαφής.

Ένα νέο μακροστοιχείο παρουσιάζεται στην παρούσα εργασία, το οποίο είναι ικανό να λάβει υπόψη του τόσο την παραμορφωσιμότητα του σώματος καθ' ύψος, όσο και τη μη γραμμικότητα τάσεων κοντά στην περιοχή επαφής, η οποία είναι καθοριστικής σημασίας σε πολλές πρακτικές εφαρμογές, ιδιαίτερα σωμάτων που η λικνιστική τους συμπεριφορά περιορίζεται από τένοντες ή υπερκείμενα μέλη. Η διατύπωση που περιγράφεται στη συνέχεια αφορά τόσο ελαστικά μέλη όσο και ανελαστικά μέλη υπό μονοτονική φόρτιση.

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΗΜΙΑΠΕΙΡΗΣ ΛΩΡΙΔΑΣ

Λόγω της αδυναμίας ανάπτυξης εφελκυστικών τάσεων στη διεπιφάνεια σώματος – βάσης έδρασης όταν η αξονική δύναμη βρεθεί εκτός του πυρήνα της διατομής του μέλους, , παρά μόνον θλιπτικών, η κατανομή τάσεων που αναπτύσσονται διαφέρει από αυτή που προβλέπει η τεχνική θεωρία κάμψης λόγω της μερικής φόρτισης της βάσης του λικνιζόμενου σώματος, δηλαδή αναπτύσσονται τάσεις σε μέρος της διατομής και όχι σε ολόκληρη τη διατομή.

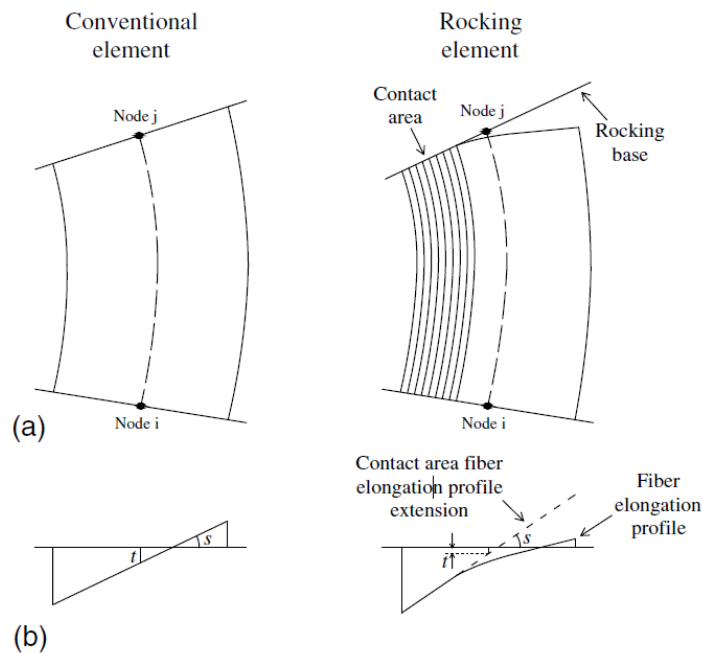
Για να υπολογιστεί η κατανομή των τάσεων που αναπτύσσονται στο εσωτερικό του σώματος, οι τάσεις στη διεπιφάνεια διαχωρίζεται σε τάσεις σύμφωνα με την τεχνική θεωρία κάμψης, που προκύπτουν από τις συνισταμένες δυνάμεις που επενεργούν στη διατομή, και σε αυτοίσορροπούμενες τάσεις, οι οποίες αντιστοιχούν σε μηδενικές συνισταμένες δυνάμεις και επηρεάζουν τις τοπικές παραμορφώσεις κοντά στην περιοχή έδρασης (Σχήμα 1, αριστερά).



Σχήμα 1. Αριστερά: Κατανομές τάσεων στη διεπιφάνεια σώματος – βάσης έδρασης: (a) Συνισταμένες δυνάμεις, (b) Θεωρούμενες κατανομές ορθών και διατμητικών τάσεων για ελαστική συμπεριφορά, (c) Κατανομές τάσεων που προβλέπει η τεχνική θεωρία κάμψης και (d) αυτοίσορροπούμενες κατανομές τάσεων. Δεξιά: Ημιάπειρη λωρίδα υπό αυτοίσορροπούμενες κατανομές τάσεων.

Όσον αφορά στις αυτοϊσορροπούμενες τάσεις, σύμφωνα με την αρχή του Saint-Venant, η συνεισφορά τους θα είναι σχεδόν μηδενική μακριά από την περιοχή φόρτισης. Επομένως, για τον υπολογισμό της κατανομής τάσεων κοντά στην περιοχή φόρτισης, μπορεί να επιλυθεί το ισοδύναμο πρόβλημα εύρεσης τάσεων για μία ημιάπειρη λωρίδα, η οποία φορτίζεται με την αντίστοιχη κατανομή αυτοϊσορροπούμενων τάσεων (Σχήμα 1, δεξιά). Το πρόβλημα αυτό έχει επιλυθεί αριθμητικά από τους Gaydon and Shepherd (1964). Περισσότερες λεπτομέρειες για την επίλυση του προβλήματος της ημιάπειρης λωρίδας για τη συγκεκριμένη εφαρμογή μπορεί να βρει κανείς στην εργασία Avgenakis and Psycharis (2017).

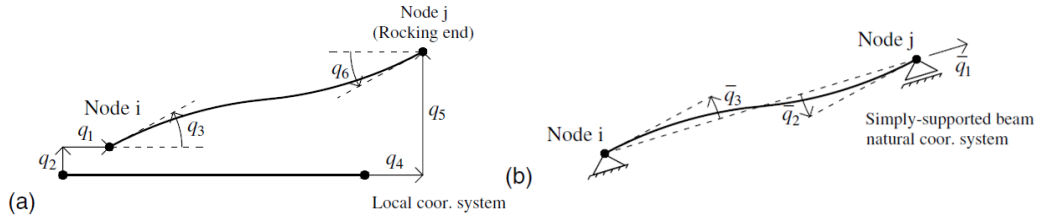
Αφού υπολογιστεί η κατανομή τάσεων λόγω της αυτοϊσορροπούμενης φόρτισης, μπορούν να υπολογιστούν οι επιμηκύνσεις των λωρίδων κατά μήκος της διατομής από το ολοκλήρωμα των παραμορφώσεων κατά μήκος της ημιάπειρης λωρίδας. Σε αντίθεση με τα συμβατικά μέλη, όπου η κατανομή των επιμηκύνσεων είναι γραμμική, οι αυτοϊσορροπούμενες τάσεις οδηγούν σε μη γραμμική κατανομή επιμηκύνσεων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Λαμβάνοντας όμως υπόψη ότι μόνο το τμήμα της κατανομής αυτής που βρίσκεται κάτω από την περιοχή που έρχεται σε επαφή με τη βάση έδρασης συνεισφέρει στη συμπεριφορά του μέλους, καθώς στο υπόλοιπο τμήμα δημιουργείται κενό, γραμμικοποιείται η κατανομή των επιμηκύνσεων κάτω από τη φορτιζόμενη επιφάνεια και οι πρόσθετες αυτές μετακινήσεις προστίθενται στις μετακινήσεις που προκύπτουν από την τεχνική θεωρία κάμψης.



Σχήμα 2. Παραμόρφωση συμβατικών και λικνιζομένων μελών: (α) Μορφή παραμόρφωσης και (β) Κατανομή επιμηκύνσεων κατά μήκος της διατομής.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΜΑΚΡΟΣΤΟΙΧΕΙΟΥ

Το μέλος εξετάζεται σε ένα φυσικό σύστημα συντεταγμένων χωρίς κινήσεις στερεού σώματος. Το σύστημα αυτό αντιστοιχεί σε ένα σύστημα αμφιέρειστης δοκού κατά μήκος του άξονά της στην παραμορφωμένη θέση της και έχει 3 ανεξάρτητους βαθμούς ελευθερίας, \mathbf{q}' (Σχήμα 3).



Σχήμα 3. Συστήματα συντεταγμένων: (a) Τοπικό σύστημα και (b) φυσικό σύστημα συντεταγμένων.

Η μετατροπή των μετακινήσεων του τοπικού συστήματος, \mathbf{q} , στις φυσικές μετακινήσεις, \mathbf{q}' , για ένα μέλος μήκους L γίνεται μέσω των σχέσεων:

$$\mathbf{q}' = \mathbf{T}\mathbf{q} \quad (1)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \frac{q_5 - q_2}{L} & 0 & 1 & \frac{1}{2} \frac{q_5 - q_2}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 1 \\ 0 & \frac{1}{L} & 1 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Αντίστοιχα, η μετατροπή των δυνάμεων του φυσικού συστήματος, \mathbf{Q}' , στις τοπικές δυνάμεις, \mathbf{Q} , γίνεται μέσω των σχέσεων:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{T}^* \mathbf{Q}' \quad (3)$$

$$\mathbf{T}^* = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{q_5 - q_2}{L} & 0 & 1 & \frac{q_5 - q_2}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 1 \\ 0 & \frac{1}{L} & 1 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

ενώ το μητρώο δυσκαμψίας στο τοπικό σύστημα, \mathbf{K} , που αντιστοιχεί στο φυσικό μητρώο δυσκαμψίας, \mathbf{K}' , είναι:

$$\mathbf{K} = \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}^* \mathbf{K}' \mathbf{T}^{*T} \quad (5)$$

$$\mathbf{T}_1 = \frac{Q'_1}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Δεδομένων των δυνάμεων στο φυσικό σύστημα συντεταγμένων, \mathbf{Q}' , οι κανονικοποιημένες ως προς το πάχος, W , δυνάμεις στη βάση έδρασης, $\mathbf{Q}'_r = [N_r, M_r, Q_r]^T$, δίδονται από τη σχέση:

$$\mathbf{Q}'_r = \mathbf{S}_1 \mathbf{Q}' \quad (7)$$

$$\mathbf{S}_1 = \frac{1}{W} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Ελαστική συμπεριφορά

Εφόσον έχουμε ελαστική συμπεριφορά και θεωρώντας τις κατανομές τάσεων που φαίνονται στο Σχήμα 1, οι κανονικοποιημένες παράμετροι $\mathbf{r} = [c, \sigma'_m, \tau'_m]$ που περιγράφουν τις κατανομές αυτές για ένα μέλος με ημιπλάτος b είναι:

$$\mathbf{r} = \left[3 \left(1 + \frac{\rho M_r}{b N_r} \right) \quad \frac{2}{3} \left(\frac{N_r}{b + \frac{\rho M_r}{N_r}} \right) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\rho Q_r}{b + \frac{\rho M_r}{N_r}} \right) \right]^T \quad (9)$$

όπου $\rho = \text{sign}(M_r)$ και c , σ'_m , τ'_m είναι αντίστοιχα το κανονικοποιημένο πλάτος έδρασης, η μέγιστη ορθή τάση και η μέγιστη διατμητική τάση.

Η παράγωγος των παραμέτρων \mathbf{r} ως προς τις δυνάμεις \mathbf{Q}'_r είναι:

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} \frac{6-2c}{bc\sigma'_m} & \frac{6\rho}{b^2c\sigma'_m} & 0 \\ \frac{4c-6}{bc^2} & -\frac{6\rho}{b^2c^2} & 0 \\ \frac{2\tau'_m(c-3)}{bc^2\sigma'_m} & -\frac{6\rho\tau'_m}{b^2c^2\sigma'_m} & \frac{3\rho}{2bc} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ανελαστική συμπεριφορά

Αν προκύψει ότι $\sigma'_m < \sigma_y$, τότε οι παράμετροι που περιγράφουν τις κατανομές τάσεων είναι:

$$\mathbf{r} = \begin{Bmatrix} c \\ \mu \\ t \end{Bmatrix} = \left[\frac{N_r \omega}{\sigma_y b} \quad \frac{2}{\omega} - 1 \quad \frac{3\rho \omega^2 Q_r}{8(\omega - 1)bc} \right]^T \quad (11)$$

όπου c , μ , t είναι αντίστοιχα το κανονικοποιημένο πλάτος έδρασης, το ποσοστό του πλάτους έδρασης που έχει διαρρέυσει και μία παράμετρος που περιγράφει τη διατμητική φόρτιση, και

$$\omega = \sqrt{3 \left(\frac{2b\sigma_y}{N_r} + \frac{2\rho M_r \sigma_y}{N_r^2} - 1 \right)} + 1 \quad (12)$$

Η παράγωγος των νέων παραμέτρων r ως προς τις δυνάμεις Q_r είναι:

$$S_2 = \begin{bmatrix} \frac{2(c + 2\mu c - 3)}{(\mu - 1)bc\sigma_y} & -\frac{6\rho}{(\mu - 1)b^2c\sigma_y} & 0 \\ \frac{6(\mu + 1) - 4(1 + \mu + \mu^2)c}{(\mu - 1)bc^2\sigma_y} & \frac{6\rho(\mu + 1)}{(\mu - 1)b^2c^2\sigma_y} & 0 \\ \frac{2ct(2\mu^3 + 3\mu^2 + 6\mu + 1) - 6t(1 + \mu)^2}{(\mu - 1)^2(\mu + 1)bc^2\sigma_y} & -\frac{6\rho t(\mu + 1)}{(\mu - 1)^2b^2c^2\sigma_y} & \frac{3\rho}{2bc(1 - \mu^2)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Κανονικοποιημένες μετακινήσεις λόγω αυτοϊσορροπούμενων τάσεων

Μέσω της διαδικασίας που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, υπολογίζονται οι πρόσθετες μετακινήσεις του μέλους λόγω των αυτοϊσορροπούμενων τάσεων, για τις οποίες δίνονται εδώ έτοιμες προσεγγιστικές σχέσεις. Σημειώνεται ότι, όσον αφορά στην ανελαστική συμπεριφορά, οι μετακινήσεις αυτές υπολογίζονται από την κατανομή επιμηκύνσεων της περιοχής φόρτισης που παραμένει ελαστική.

Οι σχέσεις που δίνονται παρακάτω αφορούν τη γενικότερη περίπτωση της ανελαστικής συμπεριφοράς, μπορούν όμως να χρησιμοποιηθούν και για την ελαστική συμπεριφορά θέτοντας $\mu=0$, $\sigma_y=\sigma_m$ και $t=\tau_m$.

Για τη συνήθη περίπτωση $c \leq 2/(\mu+1)$, οι πρόσθετες μετακινήσεις δίνονται από τη σχέση:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \delta \\ \theta \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{Bmatrix} \sigma_y \delta_\sigma(c, \mu) + t \delta_\tau(c, \mu) \\ \sigma_y \theta_\sigma(c, \mu) + t \theta_\tau(c, \mu) \end{Bmatrix} \quad (14)$$

όπου εισάγοντας μια νέα παράμετρο $c_n=c(1+\mu)$ έχουμε:

$$\begin{aligned} \delta_\sigma(c, \mu) &= \delta_A(c_n) + \delta_B(\mu)(c_n - 2) \\ \theta_\sigma(c, \mu) &= \theta_A(c_n) + \theta_B(\mu) + \theta_C(\mu)\theta_D(c_n) \\ \delta_\tau(c, \mu) &= \delta_1(c)\delta_2(\mu) \\ \theta_\tau(c, \mu) &= \theta_1(c)\theta_2(\mu) \end{aligned} \quad (15)$$

με τις επιμέρους συναρτήσεις να έχουν τις ακόλουθες μορφές:

$$\begin{aligned} \delta_A(c_n) &= \alpha_1[1 - (c_n/2)^{\alpha_2}]^{\alpha_3} \\ \delta_B(\mu) &= \alpha_1 \tan\left(\frac{\pi\mu}{2}\right) + \alpha_2\mu + \alpha_3\mu^2 + \alpha_4\mu^3 \\ \theta_A(c_n) &= \alpha_1[1 - (c_n/2)^{\alpha_2}]^{\alpha_3}(1 - c_n/2)^2 \\ \theta_B(\mu) &= \alpha_1 \tan\left(\frac{\pi\mu}{2}\right) + \alpha_2\mu + \alpha_3\mu^2 + \alpha_4\mu^3 \\ \theta_C(\mu) &= \alpha_1\mu^4 + \alpha_2\mu^3 + \alpha_3\mu^2 + (-4\alpha_1 - 3\alpha_2 - 2\alpha_3)\mu \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
\theta_D(\mu) &= \alpha_1 c_n^6 + \alpha_2 c_n^5 + \alpha_3 c_n^4 + \alpha_4 c_n^3 + (-16\alpha_1 - 8\alpha_2 - 4\alpha_3 - 2\alpha_4 + 0.25)c_n^2 \\
\delta_1(c) &= \alpha_1 [1 - (c_n/2)^{\alpha_2}]^{\alpha_3} \\
\delta_2(\mu) &= (\alpha_1 \mu - 1)(\mu - 1) \\
\theta_1(c) &= \alpha_1 [1 - (c_n/2)^{\alpha_2}]^{\alpha_3} \\
\theta_2(\mu) &= (\alpha_1 \mu - 1)(\mu - 1)
\end{aligned} \tag{16}$$

Οι παράμετροι που υπεισέρχονται στις παραπάνω συναρτήσεις δίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1. Σταθεροί όροι προσεγγιστικών συναρτήσεων μετακινήσεων.

Συνάρτηση	α_1	α_2	α_3	α_4
δ_A	-1.61868182	0.74341712	2.38990044	
δ_B	0.02707282	0.71805567	-0.42532673	0.64748945
θ_A	-1.60601045	2.71616773	0.52133449	
θ_B	-0.05393963	-1.54431579	0.98577157	-1.35812515
θ_C	-0.4009598	1.46727493	-2.19487061	
θ_D	-0.03040586	0.15378978	-0.33644138	0.38440043
δ_1	2.48001601	0.68431159	1.80867566	
δ_2	-0.43362038			
θ_1	2.35842517	0.98635297	1.52894546	
θ_2	-0.45228844			

Η παράγωγος των κανονικοποιημένων μετακινήσεων ως προς τις παραμέτρους των κατανομών φόρτισης είναι:

$$\mathbf{F}_n = \frac{1}{E} \begin{Bmatrix} \sigma_y \frac{\partial \delta_\sigma}{\partial c} + t \frac{\partial \delta_\tau}{\partial c} & \sigma_y \frac{\partial \delta_\sigma}{\partial \mu} + t \frac{\partial \delta_\tau}{\partial \mu} & \delta_\tau \\ \sigma_y \frac{\partial \theta_\sigma}{\partial c} + t \frac{\partial \theta_\tau}{\partial c} & \sigma_y \frac{\partial \theta_\sigma}{\partial \mu} + t \frac{\partial \theta_\tau}{\partial \mu} & \theta_\tau \end{Bmatrix} \tag{17}$$

Οι μετακινήσεις του στοιχείου με τις πραγματικές διαστάσεις στο φυσικό σύστημα συντεταγμένων λόγω των αυτοϊσορροπούμενων τάσεων, είναι τελικά:

$$\mathbf{q}'_{se} = \mathbf{S}_3 \mathbf{u} \tag{18}$$

με

$$\mathbf{S}_3 = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & \rho \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

Η παράγωγος των μετακινήσεων αυτών ως προς τις δυνάμεις του φυσικού συστήματος είναι:

$$\mathbf{F}_{se} = \mathbf{S}_3 \mathbf{F}_n \mathbf{S}_2 \mathbf{S}_1 \tag{20}$$

Οι παραπάνω μετακινήσεις προστίθενται σε αυτές της τεχνικής θεωρίας,

$$\mathbf{q}'_{ttb} = \mathbf{F}_{ttb} \mathbf{Q}' \tag{21}$$

όπου:

$$F_{ttb} = \begin{bmatrix} \frac{L}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{3EI} + \frac{\alpha}{GAL} & -\frac{L}{6EI} + \frac{\alpha}{GAL} \\ 0 & -\frac{L}{6EI} + \frac{\alpha}{GAL} & \frac{L}{3EI} + \frac{\alpha}{GAL} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Ο τελικός αλγόριθμος του μακροστοιχείου δίνεται συνοπτικά στον Πίνακα 2.

Πίνακας 2. Αλγόριθμος μακροστοιχείου.

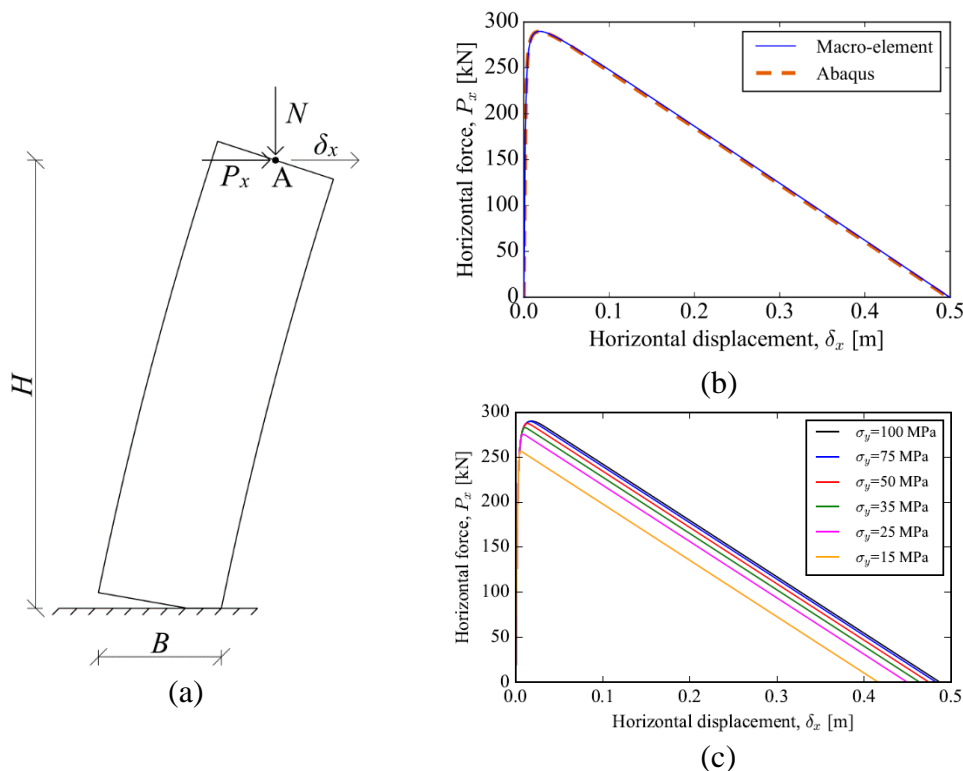
1. Αφαίρεση κίνησης στερεού σώματος	$q'_i = T_i q_i, \Delta q'_i = T_i \Delta q_i$
2. Επαυξητικές δυνάμεις	$\Delta Q'_i = F_{i-1}^{-1} \Delta q'_i$
3. Δυνάμεις	$Q'_i = Q'_{i-1} + \Delta Q'_i$
4. Μητρώο ευκαμψίας και μετακινήσεις τεχνικής θεωρίας κάμψης	$q'_{ttb} = F_{ttb} Q'_i$
5. Έλεγχος λικνισμού. Αν δεν υπάρχει, αγνόηση των βημάτων (6)-(10) και θεώρηση μηδενικών q_{se} και F_{se}	$\left \frac{Q'_2}{Q'_1} \right > \frac{b}{3} \rightarrow \text{Λικνισμός}$
6. Παράμετροι κατανομών τάσεων	$Q'_r = S_1 Q'_i, r = r(Q'_r)$
7. Κανονικοποιημένες μετακινήσεις λόγω αυτοϊσορροπούμενων τάσεων	$u = u(r)$
8. Μετακινήσεις λόγω αυτοϊσορροπούμενων τάσεων	$q_{se}^* = S_3 u$
9. Μητρώο ευκαμψίας καν. μετακινήσεων λόγω αυτοϊσορροπούμενων τάσεων	$F_n = F_n(r)$
10. Φυσικό μητρώο ευκαμψίας λόγω αυτοϊσορροπούμενων τάσεων	$F_s = S_3 F_n S_2 S_1$
11. Άθροιση μετακινήσεων	$q_i^* = q_r^* + q_{se}^*$
12. Υπολειπόμενες μετακινήσεις	$r_i = q'_i - q_i^*$
13. Άθροιση μητρών ευκαμψίας	$F_i = F_r + F_s$
14. Πρόσθετες δυνάμεις	$Q_i^* = F_i^{-1} r_i$
15. Νέες δυνάμεις	$Q'_i = Q'_i + Q_i^*$
16. Έλεγχος σύγκλισης	$\left \frac{Q_i^*}{Q_i^{old}} \right > \text{σφάλμα} \rightarrow \text{επιστροφή στο βήμα 4}$
17. Δυνάμεις και μητρώο δυσκαμψίας στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων	$Q_i = T_i^* Q'_i, K_i = T_{1i} + T_i^* F_i^{-1} T_i^{*T}$

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Ελεύθερο λικνιζόμενο σώμα υπό σταθερή αξονική φόρτιση

Στο Σχήμα 4 παρουσιάζεται η συμπεριφορά ενός ελεύθερου λικνιζόμενου σώματος με ύψος $H = 4$ m, πλάτος $B = 1$ m, πάχος $W = 1$ m και μέτρο ελαστικότητας $E = 30$ GPa, που φορτίζεται στην κορυφή του με σταθερή κατακόρυφη δύναμη $N = -2500$ kN.

Στο Σχήμα 4b παρουσιάζεται η καμπύλη ικανότητας του μέλους σύμφωνα με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το προτεινόμενο μακροστοιχείο, καθώς και από επίλυση του αντίστοιχου προσομοιώματος με το πρόγραμμα Abaqus. Επισημαίνεται ότι, λόγω του λικνισμού, η καμπύλη ικανότητας παρουσιάζει μετά από κάποια μετακίνηση αρνητική δυσκαμψία. Γενικά, τα αποτελέσματα μεταξύ αλγορίθμου και Abaqus βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους. Στο Σχήμα 4c παρουσιάζονται οι καμπύλες ικανότητας του μέλους για ανελαστική συμπεριφορά με διάφορες τιμές της τάσης διαρροής.

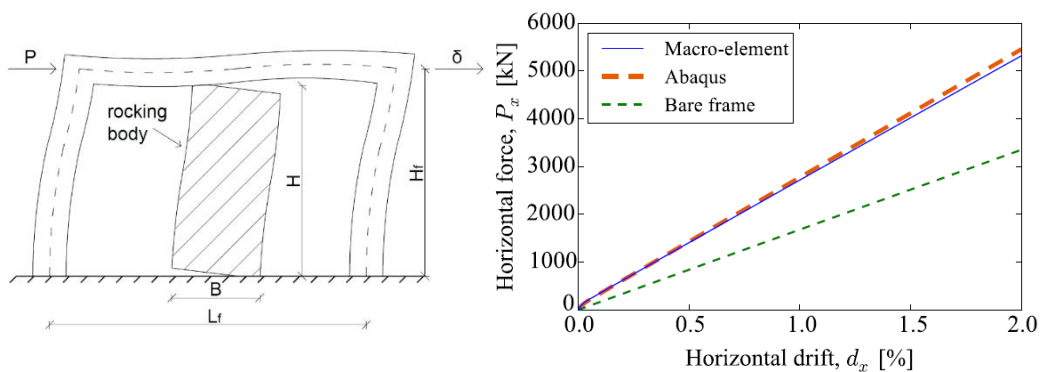


Σχήμα 4. (a) Ελεύθερο λικνιζόμενο σώμα υπό σταθερή αξονική δύναμη: (b) Καμπύλη ικανότητας για ελαστικό υλικό, σύμφωνα με τον αλγόριθμο και το αντίστοιχο προσομοίωμα στο Abaqus, (c) Καμπύλες ικανότητας για διάφορες τιμές της τάσης διαρροής.

Πλαίσιο ενός ανοίγματος με λικνιζόμενο τοίχιο

Στο Σχήμα 5 γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου με το αντίστοιχο προσομοίωμα του Abaqus για τη συμπεριφορά ενός πλαισίου ενός ανοίγματος με ένα λικνιζόμενο τοίχιο στο μέσον του ανοίγματος. Οι διαστάσεις του πλαισίου είναι $L_f = 6.5$ m, $H_f = 4.5$ m, τα υποστυλώματα είναι 60 cm \times 60 cm, η δοκός 50 cm \times 25 cm, το τοίχιο έχει πλάτος $B_w = 1.50$ m και πάχος $W_w = 0.20$ m, ενώ $E = 30$ GPa και το επιβαλλόμενο καταναμημένο φορτίο είναι $q = 60.0$ kN/m.

Στο Σχήμα 5 παρουσιάζεται η καμπύλη ικανότητας τόσο του πλαισίου χωρίς το τοίχιο, όσο και με το τοίχιο. Στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε ότι το λικνιζόμενο τοίχιο προσφέρει αντοχή και δυσκαμψία στο πλαίσιο, καθώς η λικνιστική του κίνηση περιορίζεται από την υπερκείμενη δοκό. Και πάλι τα αποτελέσματα του αλγορίθμου και του Abaqus βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους.



Σχήμα 5. Πλαίσιο ενός ανοίγματος με λικνιζόμενο τοίχιο: Καμπύλη ικανότητας πλαισίου χωρίς και με τοίχωμα (αποτελέσματα μακροστοιχείου και Abaqus)

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία προτείνεται ένα μακροστοιχείο που μπορεί να περιγράψει τη λικνιστική συμπεριφορά παραμορφώσιμων σωμάτων, τόσο ελαστικών όσο και ανελαστικών, υπό μονοτονική φόρτιση, λαμβάνοντας υπόψη τη μη γραμμικότητα τάσεων κοντά στη διεπιφάνεια με τη βάση έδρασης.

Ο αλγόριθμος είναι εύκολο να ενσωματωθεί σε υπάρχοντα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων (π.χ. OpenSees), έχει πολύ καλή ακρίβεια, όπως προκύπτει από σύγκριση των αποτελεσμάτων με αντίστοιχα προσομοιώματα σε εμπορικά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, ενώ η ταχύτητα εκτέλεσης είναι εξαιρετικά μεγάλη.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

S. Acikgoz and M. J. DeJong, “The interaction of elasticity and rocking in flexible structures allowed to uplift,” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 41, no. 15, pp. 2177–2194, 2012.

E. Avgenakis and I. N. Psycharis, “Modeling of rocking elastic flexible bodies under static loading considering the nonlinear stress distribution at their base,” *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 143(7) : 04017051, 2017.

E. G. Dimitrakopoulos and M. J. DeJong, “Revisiting the rocking block: closed-form solutions and similarity laws,” in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 468, pp. 2294–2318, The Royal Society, 2012.

F. Gaydon and W. Shepherd, “Generalized plane stress in a semi-infinite strip under arbitrary endload,” in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 281, pp. 184–206, The Royal Society, 1964.

G. W. Housner, “The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes,” *Bulletin of the seismological society of America*, vol. 53, no. 2, pp. 403–417, 1963.

W. Y. Kam, S. Pampanin, A. Palermo, and A. J. Carr, “Self-centering structural systems with combination of hysteretic and viscous energy dissipations,” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 39, no. 10, pp. 1083–1108, 2010.

A. Penna, S. Lagomarsino, and A. Galasco, “A nonlinear macroelement model for the seismic analysis of masonry buildings,” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 43, no. 2, pp. 159–179, 2014.

N. M. Priestley, “Overview of PRESSS research program,” *PCI journal*, vol. 36, no. 4, 1991.

H. Roh and A. M. Reinhorn, “Analytical modeling of rocking elements,” *Engineering Structures*, vol. 31, no. 5, pp. 1179–1189, 2009.

H. Roh and A. M. Reinhorn, “Nonlinear static analysis of structures with rocking columns,” *Journal of structural engineering*, ASCE, vol. 136, no. 5, pp. 532–542, 2009.

R. Skinner, R. Tyler, A. Heine, and W. Robinson, “Hysteretic dampers for the protection of structures from earthquakes,” *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, vol. 13, no. 1, pp. 22–36, 1980.

S. Sritharan, S. Aaleti, and D. J. Thomas, “Seismic analysis and design of precast concrete jointed wall systems,” ISU-ERI-Ames Report ERI-07404, Submitted to the Precast/Prestressed Concrete Institute, 2007.

M. F. Vassiliou, K. R. Mackie, and B. Stojadinovi'c, “A finite element model for seismic response analysis of deformable rocking frames,” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2016.

C.-S. Yim, A. K. Chopra, and J. Penzien, “Rocking response of rigid blocks to earthquakes,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 8, no. 6, pp. 565–587, 1980.

J. Zhang and N. Makris, “Rocking response of free-standing blocks under cycloidal pulses,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 127, no. 5, pp. 473–483, 2001.