

Στατική Υπερωθητική Ανάλυση σε μη Κανονικά Καθ' Ύψος και Ασύμμετρα σε Κάτοψη Χωρικά Συστήματα

Static Pushover Analysis for Irregular in Elevation and Asymmetric in Plan Spatial Systems

Γρηγόριος ΜΑΝΟΥΚΑΣ¹

Λέξεις κλειδιά: Στατική Υπερωθητική Ανάλυση, Ασύμμετρα Συστήματα, Χωρική Επαλληλία, Ανελαστική Δυναμική Ανάλυση
Keywords: Static Pushover Analysis, Asymmetric Systems, Directional Superposition, Nonlinear Dynamic Analysis

ΠΕΡΙΛΗΨΗ : Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η αξιολόγηση μιας ήδη προταθείσας παραλλαγής της Στατικής Υπερωθητικής Ανάλυσης (ΣΥΑ) μέσα από μια σειρά εφαρμογών σε μη κανονικά καθ' ύψος και ασύμμετρα σε κάτοψη πολυώροφα κτίρια από οπλισμένο σκυρόδεμα. Αρχικά, γίνεται συνοπτική αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο και τα διαδοχικά βήματα που απαιτούνται για την εφαρμογή της. Κατόπιν, παρουσιάζεται μια σειρά εφαρμογών που περιλαμβάνουν ανάλυση μη κανονικών καθ' ύψος κτιρίων i) με την προταθείσα μεθοδολογία, ii) με μια 'συμβατική' πολύ-ιδιομορφική παραλλαγή της ΣΥΑ και iii) με τη θεωρητικά ακριβή μη γραμμική δυναμική ανάλυση που χρησιμεύει ως λύση αναφοράς. Όλες οι αναλύσεις γίνονται για επαρκή αριθμό επιταχυνσιογραφημάτων και για κάθε παραλλαγή της ΣΥΑ υπολογίζεται το μέσο σφάλμα - ως προς τα αποτελέσματα της ανελαστικής δυναμικής ανάλυσης - χαρακτηριστικών μεγεθών απόκρισης. Από την όλη έρευνα συνάγεται ότι η προταθείσα μεθοδολογία παρέχει μια γενικά αξιόπιστη εκτίμηση της ανελαστικής απόκρισης των μη κανονικών καθ' ύψος κτιρίων.

ABSTRACT : The objective of this paper is the evaluation of an already proposed variation of Static Pushover Analysis through applications to irregular in elevation and asymmetric in plan buildings. After a brief outline of the method, a series of applications is presented. The seismic response quantities are compared to those resulting from another well-known pushover procedure as well as from nonlinear dynamic analysis. The whole investigation demonstrates that the proposed method provides quite satisfactory results.

¹ Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, email: grman7@otenet.gr

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα τελευταία χρόνια υπάρχει αυξημένο ενδιαφέρον τόσο των ερευνητών, όσο και των μηχανικών της πράξης για τη διενέργεια ανελαστικών αναλύσεων στα πλαίσια του αντισεισμικού σχεδιασμού κατασκευών. Η μη γραμμική δυναμική μέθοδος, η οποία αποτελεί το ακριβέστερο εργαλείο για τέτοιου είδους αναλύσεις, παρουσιάζει - πέραν του πολύ μεγάλου υπολογιστικού κόστους - μία σειρά δυσκολιών που καθιστούν την εφαρμογή της στη συμβατική δομική πράξη προβληματική. Για το λόγο αυτό καταβλήθηκαν και συνεχίζουν να καταβάλλονται πολλές προσπάθειες για την εύρεση απλοποιημένων μεθόδων προσεγγιστικού υπολογισμού της ανελαστικής συμπεριφοράς κατασκευών. Καρπός αυτών των προσπαθειών υπήρξε η ανάπτυξη σε διάφορες παραλλαγές της Στατικής Υπερωθητικής Ανάλυσης (ΣΥΑ) ή Pushover Analysis, η οποία υιοθετήθηκε από διεθνή κανονιστικά ή προκανονιστικά κείμενα και εφαρμόζεται ευρέως στην πράξη.

Παρόλα αυτά, έχει εγκαίρως επισημανθεί από πολλούς ερευνητές ότι η ΣΥΑ στερείται θεωρητικής βάσης και δεν παρέχει πάντα ικανοποιητική ακρίβεια, ιδιαίτερα μάλιστα στην περίπτωση εφαρμογής της σε ασύμμετρα χωρικά συστήματα. Ένας από τους παράγοντες που εισάγουν πρόσθετα σφάλματα σε αυτή την περίπτωση είναι η χρήση απλοποιητικών κανόνων χωρικής επαλληλίας (SRSS ή ποσοστιαίοι συνδυασμοί) για τη συνεκτίμηση της ταυτόχρονης σεισμικής διέγερσης σε δύο διευθύνσεις, ενώ είναι γνωστό ότι στην ανελαστική περιοχή συμπεριφοράς δεν ισχύει η αρχή της επαλληλίας. Με στόχο την άρση της παραπάνω αδυναμίας, προτάθηκε μια πολύ-ιδιομορφική παραλλαγή της ΣΥΑ που εισάγει μια νέα τεχνική για τη συνεκτίμηση της ταυτόχρονης δράσης των δύο οριζόντιων σεισμικών συνιστωσών, με κατάλληλη τροποποίηση των ιδιοτήτων του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος. Με την τεχνική αυτή αποφεύγεται η χρήση απλοποιητικών κανόνων χωρικής επαλληλίας, καθώς δεν απαιτείται ανεξάρτητη ανάλυση του φορέα για κάθε διεύθυνση σεισμικής διέγερσης. Η ανάλυση διεξάγεται για διάφορους συνδυασμούς των δύο οριζόντιων σεισμικών συνιστωσών με στόχο την περιβολή της ακριβούς απόκρισης. Η εν λόγω παραλλαγή της ΣΥΑ ελέγχθηκε μέσω πληθώρας εφαρμογών που κατέδειξαν την αξιοπιστία της, σε σύγκριση και με άλλες παρόμοιες μεθοδολογίες (π.χ. Manoukas et al. 2012, Manoukas and Avramidis 2014).

Ωστόσο, η προταθείσα μεθοδολογία δεν αποδείχθηκε το ίδιο αποτελεσματική για όλα τα μεγέθη απόκρισης. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε σε κάποιες περιπτώσεις μειωμένη ακρίβεια στον προσδιορισμό των μεγεθών απόκρισης στη δύσκαμπτη πλευρά ασύμμετρων κτιρίων. Για την αντιμετώπιση αυτού του φαινομένου, που παρατηρείται στο σύνολο σχεδόν των παραλλαγών της ΣΥΑ, πρόσφατα αναπτύχθηκε μια βελτιωμένη εκδοχή της μεθοδολογίας (Manoukas and Avramidis 2015). Η βελτίωση συνίσταται στη διόρθωση των μεγεθών απόκρισης της δύσκαμπτης πλευράς με τη χρήση τροποποιητικών συντελεστών που προκύπτουν από ιδιομορφική ανάλυση.

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η περαιτέρω αξιολόγηση της βελτιωμένης αυτής μεθοδολογίας μέσα από μια σειρά εφαρμογών σε μη κανονικά καθ'

ύψος και ασύμμετρα σε κάτοψη πολυώροφα κτίρια από οπλισμένο σκυρόδεμα. Αρχικά, γίνεται μια συνοπτική αναφορά στο θεωρητικό υπόβαθρο και τα διαδοχικά βήματα που απαιτούνται για την εφαρμογή της, με ιδιαίτερη έμφαση στον υπολογισμό των διορθωτικών συντελεστών. Κατόπιν, παρουσιάζονται οι εκτελεσθείσες εφαρμογές που περιλαμβάνουν ανάλυση των κτιρίων i) με την προταθείσα μεθοδολογία (PM – Proposed Methodology), ii) με μια ‘συμβατική’ πολύ-ιδιομορφική παραλλαγή της ΣΥΑ που στηρίζεται στη χρήση απλοποιημένων κανόνων χωρικής επαλληλίας (CP – Conventional Procedure) και iii) με τη θεωρητικά ακριβή μη γραμμική δυναμική ανάλυση που χρησιμεύει ως λύση αναφοράς. Αποδεικνύεται ότι η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι γενικά συντηρητική και περιβάλλει τα αποτελέσματα της ανελαστικής δυναμικής ανάλυσης.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Πέραν από τις συνήθεις απλουστεύσεις της ΣΥΑ, η μόνη επιπλέον παραδοχή είναι ότι οι δύο οριζόντιες σεισμικές συνιστώσες \ddot{u}_{gX} , \ddot{u}_{gY} κατά τους άξονες X και Y αντίστοιχα είναι μεταξύ τους ανάλογες, με ένα σταθερό συντελεστή αναλογίας κ, δηλαδή:

$$\ddot{u}_{gY} = \kappa \ddot{u}_{gX} = \kappa \ddot{u}_g \quad (1)$$

Βέβαια, κάτι τέτοιο δεν ισχύει στην πραγματικότητα. Ωστόσο, η προσέγγιση αυτή είναι συμβατή με τη συνήθη παραδοχή των κανονισμών, που καθορίζουν ότι οι δύο οριζόντιες σεισμικές συνιστώσες αντιπροσωπεύονται από το ίδιο φάσμα σχεδιασμού, ενώ τα τελικά μεγέθη απόκρισης επιτρέπεται να υπολογίζονται με τη χρήση του απλοποιητικού κανόνα των ποσοστιαίων συνδυασμών που εμπεριέχει ένα σταθερό συντελεστή (0.3) παρόμοιο με τον κ. Προφανώς, η αξιολόγηση αυτής της παραδοχής, καθώς και ο καθορισμός συγκεκριμένων τιμών για τον συντελεστή κ εκφεύγει του αντικειμένου της παρούσας εργασίας.

Με βάση τις παραπάνω παραδοχές, η μη γραμμική απόκριση ενός συστήματος Λ ορόφων και Ν βαθμών ελευθερίας (στη συνήθη περίπτωση κτιρίων με διαφραγματική λειτουργία στις στάθμες των ορόφων ισχύει κατά κανόνα $N = 3\Lambda$) που υποβάλλεται σε διαξονική σεισμική διέγερση περιγράφεται από το παρακάτω σύστημα εξισώσεων (Manoukas et al. 2012, Manoukas and Avramidis 2014):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{F}_s = -\mathbf{M}(\delta_{,X} + \kappa\delta_{,Y})\ddot{u}_g \Rightarrow \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{F}_s = -\mathbf{M}\delta_{,XY}\ddot{u}_g \quad (2)$$

όπου, κατά τα γνωστά, $\dot{\mathbf{u}}$, $\ddot{\mathbf{u}}$ τα $N \times 1$ διανύσματα ταχυτήτων και επιταχύνσεων των βαθμών ελευθερίας, \mathbf{M} το $N \times N$ διαγώνιο μητρώο μάζας, \mathbf{C} το $N \times N$ συμμετρικό μητρώο απόσβεσης, $\delta_{,X}$ και $\delta_{,Y}$ τα διανύσματα των στερεοστατικών μετακινήσεων για μονοαξονική διέγερση κατά X και Y αντίστοιχα και \mathbf{F}_s το $N \times 1$ διάνυσμα των ανελαστικών δυνάμεων επαναφοράς. Αν θεωρηθεί ότι το $N \times 1$ διάνυσμα μετακινήσεων των βαθμών ελευθερίας \mathbf{u} έχει τη μορφή:

$$\mathbf{u} = [\mathbf{u}_X, \mathbf{u}_Y, \theta_Z]^T \quad (3)$$

όπου \mathbf{u}_X , \mathbf{u}_Y , $\boldsymbol{\theta}_Z$ τα $\Lambda \times 1$ διανύσματα των μετατοπίσεων κατά X και Y και των στροφών περί τον κατακόρυφο άξονα Z , τότε τα $\boldsymbol{\delta}_{,X}$ και $\boldsymbol{\delta}_{,Y}$ γράφονται:

$$\boldsymbol{\delta}_{,X} = [\mathbf{I}, \mathbf{0}, \mathbf{0}]^T \quad (4\alpha)$$

$$\boldsymbol{\delta}_{,Y} = [\mathbf{0}, \mathbf{I}, \mathbf{0}]^T \quad (4\beta)$$

όπου \mathbf{I} , $\mathbf{0}$ $\Lambda \times 1$ διανύσματα με στοιχεία ίσα με 1 και 0 αντίστοιχα. Χάρη στις παραπάνω παραδοχές, τα διανύσματα των μετακινήσεων \mathbf{u} και των δυνάμεων επαφώρας \mathbf{F}_s μπορούν να αναλυθούν σε «ιδιομορφικές» συνιστώσες:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\varphi}_i q_i \quad (5\alpha)$$

$$\mathbf{F}_s = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_{s_i} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i \quad (5\beta)$$

όπου α_i είναι, κατά τα γνωστά, μια υστερητικού τύπου συνάρτηση που εξαρτάται από την κύρια ιδιομορφική συντεταγμένη q_i και την ιστορία της φόρτισης. Ξεκινώντας από την Εξίσωση 2 και κάνοντας χρήση των παραπάνω σχέσεων καταλήγουμε μετά από απλές πράξεις σε N ανεξάρτητες εξισώσεις, καθεμιά από τις οποίες αντιστοιχεί σε ένα «ιδιομορφικό» ισοδύναμο μονοβάθμιο σύστημα (Manoukas et al. 2012, Manoukas and Avramidis 2014):

$$M_{XYi}^* \ddot{D}_i + 2M_{XYi}^* \omega_i \zeta_i \dot{D}_i + V_{XYi} = -M_{XYi}^* \ddot{u}_g \quad (6)$$

όπου $D_i = q_i / v_{XYi}$, \dot{D}_i , \ddot{D}_i , η μετακίνηση, ταχύτητα και επιτάχυνση του i -στού ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος, ω_i και ζ_i η κυκλική ιδιοσυχνότητα και το ποσοστό απόσβεσης της αντίστοιχης ελαστικής ιδιομορφής i και:

$$V_{XYi} = V_{Xi} + \kappa V_{Yi} \quad (7\alpha)$$

$$M_{XYi}^* = M_{Xi}^* + \kappa(v_{Xi} L_{Yi} + v_{Yi} L_{Xi}) + \kappa^2 M_{Yi}^* \quad (7\beta)$$

$$v_{XYi} = v_{Xi} + \kappa v_{Yi} \quad (7\gamma)$$

όπου V_{Xi} , V_{Yi} οι «ιδιομορφικές» τέμνουσες βάσης κατά X και Y αντίστοιχα, M_{Xi}^* , M_{Yi}^* και v_{Xi} , v_{Yi} οι «ιδιομορφικές» δρώσες μάζες και οι συντελεστές συμμετοχής της «ιδιομορφής» i για μονοαξονική διέγερση κατά X και Y αντίστοιχα, ενώ $L_{Xi} = \boldsymbol{\delta}_{,X}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i$ και $L_{Yi} = \boldsymbol{\delta}_{,Y}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i$. Από την Εξίσωση 6 συνάγεται το συμπέρασμα ότι η μη γραμμική απόκριση ενός N -βάθμιου συστήματος που υποβάλλεται ταυτόχρονα σε διεγέρσεις \ddot{u}_{gX} και $\ddot{u}_{gY} = \kappa \ddot{u}_{gX} = \kappa \ddot{u}_g$ κατά X και Y αντίστοιχα - λόγω των παραδοχών που προαναφέρθηκαν - μπορεί να προκύψει με επαλληλία των αποκρίσεων N μονοβάθμιων συστημάτων που υποβάλλονται σε διέγερση \ddot{u}_g . Διευκρινίζεται ότι η διεύθυνση διέγερσης των μονοβάθμιων συστημάτων δεν απαιτείται να οριστεί συγκεκριμένα, ούτε και να συμπίπτει με κάποια από τις διευ-

θύνσεις διέγερσης του πολυβάθμιου συστήματος (X ή Y). Καθένα από τα μονοβάθμια συστήματα αντιστοιχεί σε μια «ιδιομορφή» i , έχει μάζα ίση με M_{XYi}^* , μετακίνηση D_i και μη γραμμική δύναμη επαναφοράς ίση με την ποσότητα V_{XYi} . Η V_{XYi} ταυτίζεται με το άθροισμα της «ιδιομορφικής» τέμνουσας βάσης κατά X και της «ιδιομορφικής» τέμνουσας βάσης κατά Y πολλαπλασιασμένης με κ . Το συμπέρασμα αυτό επιτρέπει τον υπολογισμό των ιδιοτήτων του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος κάθε «ιδιομορφής» i για διαξονική σεισμική διέγερση από τις εξισώσεις που συνοψίζονται στον Πίνακα 1. Στον ίδιο πίνακα δίνονται για λόγους σύγκρισης και οι αντίστοιχες εξισώσεις για μονοαξονική διέγερση (ενδεικτικά κατά X), οι οποίες χρησιμοποιούνται από τις γνωστές μέχρι σήμερα πολύ-ιδιομορφικές παραλλαγές της ΣΥΑ.

Πίνακας 1. Ιδιότητες ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος «ιδιομορφής» i

Ιδιότητα	Μονοαξονική διέγερση	Διαξονική διέγερση
	\ddot{u}_{gX}	$\ddot{u}_{gX} + \kappa \ddot{u}_{gY}$
Μάζα	M_{Xi}^*	$M_{XYi}^* = M_{Xi}^* + \kappa(v_{Xi} L_{Yi} + v_{Yi} L_{Xi}) + \kappa^2 M_{Yi}^*$
Δύναμη επαναφοράς	V_{Xi}	$V_{XYi} = V_{Xi} + \kappa V_{Yi}$
Μετακίνηση	$D_i = u_{Ni} / v_{Xi} \varphi_{Ni}$ (μετακίνηση κορυφής u_{Ni} κατά X)	$D_i = u_{Ni} / v_{XYi} \varphi_{Ni} = u_{Ni} / (v_{Xi} + \kappa v_{Yi}) \varphi_{Ni}$ (μετακίνηση κορυφής u_{Ni} κατά X ή Y)
Συντελεστής απόσβεσης	$2 M_{Xi}^* \omega_{\zeta i}$	$2 M_{XYi}^* \omega_{\zeta i}$

ΔΙΟΡΘΩΤΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΔΥΣΚΑΜΠΤΗΣ ΠΛΕΥΡΑΣ

Από τις πρώτες εφαρμογές της προτεινόμενης μεθοδολογίας διαπιστώθηκε ότι σε κάποιες περιπτώσεις αποτυγχάνει να παράσχει αξιόπιστες εκτιμήσεις των μεγεθών απόκρισης στην δύσκαμπτη πλευρά ασύμμετρων κτιρίων. Προφανώς, το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην επιρροή της στρέψης. Παρόμοιες διαπιστώσεις έγιναν στο παρελθόν κατά την εφαρμογή και άλλων παραλλαγών της ΣΥΑ και προτάθηκαν διάφορες τροποποιήσεις.

Οι Fajfar et al. (Fajfar et al. 2005) πρότειναν την εφαρμογή διορθωτικών συντελεστών με τους οποίους πολλαπλασιάζονται τα μεγέθη απόκρισης που προκύπτουν από τη ΣΥΑ. Ο διορθωτικός συντελεστής σε οποιαδήποτε θέση της κάτοψης ισούται με το λόγο των κανονικοποιημένων μετακινήσεων οροφής που προκύπτουν από ιδιομορφική και από την υπερωθητική ανάλυση. Η κανονικοποιημένη μετακίνηση οροφής ορίζεται ως ο λόγος της μετακίνησης οροφής στη συγκεκριμένη θέση προς την αντίστοιχη μετακίνηση οροφής στο κέντρο βάρους της κάτοψης. Η κανονικοποιημένη μετακίνηση που προκύπτει από την ιδιομορφική ανάλυση λαμβάνεται πάντα μεγαλύτερη ή ίση του 1. Με άλλα λόγια, η μετακίνηση του κέντρου βάρους της οροφής θεωρείται κάτω όριο των μετακινήσεων σε οποιοδήποτε σημείο της οροφής. Κατά συνέπεια, μείωση των μετακινήσεων λόγω στρέψης δεν λαμβάνεται υπόψη.

Στην παρούσα εργασία ακολουθείται μια παρόμοια προσέγγιση που περιλαμβάνει διορθωτικούς συντελεστές με τους οποίους πολλαπλασιάζονται τα μεγέθη απόκρισης στη δύσκαμπτη πλευρά των κτιρίων. Οι διορθωτικοί συντελεστές υπολογίζονται για κάθε ιδιομορφή, για κάθε όροφο και για κάθε μέγεθος απόκρισης ξεχωριστά, μέσω ελαστικής ιδιομορφικής ανάλυσης (που ούτως ή άλλως απαιτείται για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας). Ειδικότερα, η «ιδιομορφική» τιμή ενός μεγέθους απόκρισης R_i (που αντιστοιχεί στην «ιδιομορφή» i) που προκύπτει από την υπερωθητική ανάλυση πολλαπλασιάζεται με ένα συντελεστή f_{Ri} που δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$f_{Ri} = \max \{1, r_{\Phi i} / r_{Pi}\} \quad (8)$$

όπου $r_{\Phi i}$, r_{Pi} είναι οι λόγοι κάθε μεγέθους απόκρισης (μετακίνησης ή γωνιακής παραμόρφωσης ορόφου) στη δύσκαμπτη πλευρά προς το αντίστοιχο μέγεθος στο κέντρο βάρους της κάτοψης κάθε ορόφου για την «ιδιομορφή» i , όπως αυτά προκύπτουν από την ιδιομορφική και την υπερωθητική ανάλυση αντίστοιχα. Προκειμένου να αποφευχθεί απομείωση μετακινήσεων λόγω στρέψης, ο λόγος $r_{\Phi i}$ λαμβάνεται πάντα μεγαλύτερος ή ίσος του 1. Οι διορθωτικοί συντελεστές που υπολογίζονται για τις γωνιακές παραμορφώσεις των ορόφων μπορούν ευλόγως να χρησιμοποιούνται και για τις πλαστικές στροφές των διατομών, καθώς υφίσταται άμεση συσχέτιση μεταξύ των δύο αυτών μεγεθών απόκρισης.

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Η προτεινόμενη μεθοδολογία θα πρέπει να εφαρμοστεί για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των δύο οριζόντιων συνιστωσών της σεισμικής διέγερσης. Συνολικά απαιτείται να εξεταστούν οι εξής τέσσερις περιπτώσεις:

$$\ddot{u}_{gX} + \kappa \ddot{u}_{gY} \quad (9\alpha)$$

$$\ddot{u}_{gX} - \kappa \ddot{u}_{gY} \quad (9\beta)$$

$$\ddot{u}_{gY} + \kappa \ddot{u}_{gX} \quad (9\gamma)$$

$$\ddot{u}_{gY} - \kappa \ddot{u}_{gX} \quad (9\delta)$$

Η θεώρηση των τεσσάρων παραπάνω συνδυασμών με αντίθετα πρόσημα αποδεικνύεται - με απλή εφαρμογή της διαδικασίας - ότι οδηγεί σε ταυτόσημα αποτελέσματα.

Μετά την ενσωμάτωση της διορθωτικής διαδικασίας της προηγούμενης παραγράφου, τα διαδοχικά βήματα εφαρμογής της βελτιωμένης πλέον εκδοχής της προτεινόμενης μεθοδολογίας έχουν εν συντομία ως εξής:

Βήμα 1: Μόρφωση του τρισδιάστατου προσομοιώματος του φορέα.

Βήμα 2: Υπολογισμός των ποσοτήτων v_{XYI} και M_{XYI}^* , της 1^{ης} ελαστικής ιδιομορφής για τον πρώτο συνδυασμό των δύο οριζόντιων συνιστωσών της σεισμικής διέγερσης (έστω $\ddot{u}_{gX} + \kappa \ddot{u}_{gY}$).

Βήμα 3: Επιβολή στο προσομοίωμα οριζόντιας επαυξητικής φόρτισης με κατανομή ανάλογη με το διάνυσμα $\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}_1$ της 1^{ης} ελαστικής ιδιομορφής και χάραξη του διαγράμματος τέμνουσας βάσης-μετακίνησης του πολυβάθμιου συστήματος $V_{XY1}-u_{N1}$. Η μετακίνηση u_{N1} θα μπορούσε να αντιστοιχεί σε οποιονδήποτε βαθμό ελευθερίας, αλλά συμβατικά λαμβάνεται ως u_{N1} η μετακίνηση του Κ.Β. του ανώτατου ορόφου (μετακίνηση κορυφής) κατά X ή Y κατ' επιλογή του μελετητή.

Βήμα 4: Διαίρεση των τετμημένων του διαγράμματος $V_{XY1}-u_{N1}$ με την ποσότητα $v_{XY1\Phi_{N1}} = u_{N1}/D_1$ και προσδιορισμός του διαγράμματος δύναμης επαναφοράς – μετακίνησης $V_{XY1}-D_1$ του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος που αντιστοιχεί στην 1^η ιδιομορφή.

Βήμα 5: Εξιδανίκευση του διαγράμματος $V_{XY1}-D_1$ σε μια διγραμμική καμπύλη με κάποια από τις γνωστές τεχνικές που υπάρχουν στους κανονισμούς ή οποιαδήποτε άλλη αποδεκτή μεθοδολογία και υπολογισμός της ιδιοπεριόδου T_1 και του απαιτούμενου συντελεστή συμπεριφοράς R_1 του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος που αντιστοιχεί στην 1^η ιδιομορφή από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 D_{y1}}{V_{y1}}} \rightarrow S_{a1}(T) \rightarrow R_1 = \frac{m_1 S_a(T)}{V_{y1}} \quad (10)$$

όπου $m_1 = M_{XY1}^*$, D_{y1} , V_{y1} είναι η μάζα, η μετακίνηση διαρροής και η αντοχή διαρροής του συστήματος αντίστοιχα και $S_{a1}(T)$ η φασματική επιτάχυνση.

Βήμα 6: Υπολογισμός της στοχευόμενης μετακίνησης που αντιστοιχεί στην 1^η ιδιομορφή με εφαρμογή κάποιας από τις γνωστές σχέσεις των κανονισμών ή οποιασδήποτε άλλης αποδεκτής σχέσης για το ελαστικό φάσμα της θεωρούμενης σεισμικής διέγερσης ή με διενέργεια μη γραμμικής δυναμικής ανάλυσης του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος.

Βήμα 7: Εκ νέου διεξαγωγή υπερωθητικής ανάλυσης για οριζόντια επαυξητική φόρτιση με κατανομή ανάλογη με το διάνυσμα $\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}_1$ μέχρι η μετακίνηση κορυφής να φτάσει τη μετακίνηση-στόχο που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα και καταγραφή των απαιτούμενων εντασιακών και παραμορφωσιακών μεγεθών που αντιστοιχούν στην ιδιομορφή 1.

Βήμα 8: Διόρθωση των «ιδιομορφικών» τιμών των μεγεθών απόκρισης στη δύσκαμπτη πλευρά με τους συντελεστές f_{R1} της 1^{ης} ιδιομορφής (Εξίσωση 8).

Βήμα 9: Επανάληψη των βημάτων 3 έως 8 για αντίθετη φορά εφαρμογής των οριζόντιων φορτίων, δηλαδή για κατανομή ανάλογη του $-\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}_1$. Έτσι, για κάθε ιδιομορφή που λαμβάνεται υπόψη, απαιτούνται 2 υπερωθητικές αναλύσεις, υπολογίζονται 2 στοχευόμενες μετακινήσεις και 2 τιμές των εντασιακών και παραμορφωσιακών μεγεθών (με πρόσημο).

Βήμα 10: Επανάληψη των βημάτων 2 έως 9 για επαρκή αριθμό ιδιομορφών. Στη γενική περίπτωση ασύμμετρων συστημάτων (επίπεδων ή χωρικών), αν ληφθούν υπόψη n ιδιομορφές, απαιτούνται συνολικά $2n$ υπερωθητικές αναλύσεις, υπολογίζονται $2n$ μετακινήσεις-στόχοι και $2n$ τιμές των εντασιακών και παραμορφωσιακών μεγεθών (με πρόσημο).

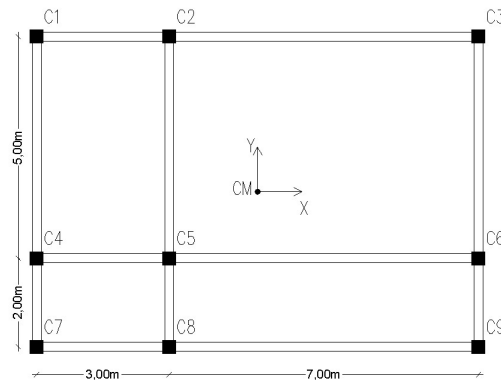
Βήμα 11: Υπολογισμός των ακραίων τιμών των μεγεθών απόκρισης με την εφαρμογή κάποιου από τους γνωστούς κανόνες ιδιομορφικής επαλληλίας (SRSS ή

CQC), αφού βάσει των αρχικών παραδοχών διατηρείται η ανεξαρτησία των «α-διομορφικών» αποκρίσεων όπως αυτή ισχύει στη γραμμική περιοχή. Στη γενική περίπτωση ασύμμετρων συστημάτων (επίπεδων ή χωρικών), αν ληφθούν υπόψη η ιδιομορφές, προκύπτουν συνολικά 2^n συνδυασμοί τιμών των εντασιακών και παραμορφωσιακών μεγεθών (χωρίς πρόσημο).

Βήμα 12: Επανάληψη των βημάτων 2 έως 11 για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των σεισμικών συνιστωσών (Εξισώσεις 9).

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, αναλύονται δύο τετραώροφα μη κανονικά καθ' ύψος κτίρια οπλισμένου σκυροδέματος, ένα με μαλακό όροφο (A) και ένα με συγκέντρωση μεγάλου ποσοστού της μάζας στον ανώτερο όροφο (B). Τα κτίρια είναι ασύμμετρα σε κάτοψη (**Σχήμα 1**) και το δομικό τους σύστημα αποτελείται από αμιγή πλαίσια. Το ύψος ορόφου είναι 3m με εξαίρεση το ισόγειο του κτιρίου A που έχει ύψος 4 m. Το σκυρόδεμα είναι κατηγορίας C20/25 ($f_{ck} = 20$ MPa) και ο χάλυβας οπλισμού B500C ($f_{yk} = 500$ MPa). Κάθε όροφος του κτιρίου A έχει μάζα ίση με 68 t και μαζική ροπή αδράνειας ίση με 844.33 tm^2 . Οι τρεις πρώτοι όροφοι του κτιρίου B έχουν μάζα ίση με 60 t και μαζική ροπή αδράνειας ίση με 745 tm^2 , ενώ ο τέταρτος 92 t και 1142.33 tm^2 αντίστοιχα. Η διαστασιολόγηση των κτιρίων έγινε σύμφωνα με τους ισχύοντες ελληνικούς κανονισμούς για τη ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας I του Ελληνικού Αντισεισμικού Κανονισμού (ΕΑΚ).



Σχήμα 1. Κάτοψη κτιρίων

Η μη γραμμική ανάλυση των κτιρίων γίνεται με το πρόγραμμα SAP 2000 για 20 σεισμικές διεγέρσεις που αντλήθηκαν από διεθνή βάση δεδομένων (<http://peer.berkeley.edu/smcat/>) και συνοψίζονται στον πίνακα C-3 της FEMA 440. Τα επιταχυνσιογραφήματα κλιμακώνονται έτσι ώστε να έχουν κοινή εδαφική επιτάχυνση ίση με 0.32g. Έτσι, τα κτίρια υπόκεινται σε εκτεταμένες ανελαστικές παραμορφώσεις για το σύνολο των σεισμικών διεγέρσεων. Θεωρείται ότι κάθε

επιταχυνσιογράφημα δρα ταυτόχρονα κατά τις δύο οριζόντιες διευθύνσεις με την ίδια ένταση, δηλαδή $\kappa = 1$. Πρακτικά, αυτό ισοδυναμεί με επιβολή μονοαξονικής διέγερσης $\sqrt{2} \ddot{u}_g$ υπό γωνία 45° . Προφανώς, κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα, είναι όμως συμβατό με τη συνήθη παραδοχή των κανονισμών που δέχονται ότι οι δύο οριζόντιες σεισμικές συνιστώσες είναι μεταξύ τους ανάλογες με ένα συντελεστή αναλογίας 0.3, πράγμα που ισοδυναμεί επίσης με μονοαξονική διέγερση υπό γωνία (διάφορη των 45°) και αυξημένο πλάτος. Η επιλογή της συγκεκριμένης τιμής του $\kappa = 1$ δεν συνιστάται για πρακτικές εφαρμογές, αλλά γίνεται εδώ καθαρά για λόγους περιορισμού των απαιτούμενων υπολογισμών. Με δεδομένο ότι η ίδια επιλογή γίνεται για όλες τις μεθόδους ανάλυσης που περιγράφονται αμέσως παρακάτω, τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι συγκρίσιμα μεταξύ τους, εξυπηρετώντας έτσι τους σκοπούς της παρούσας εργασίας.

Για όλα τα κτίρια διενεργούνται τρεις σειρές αναλύσεων:

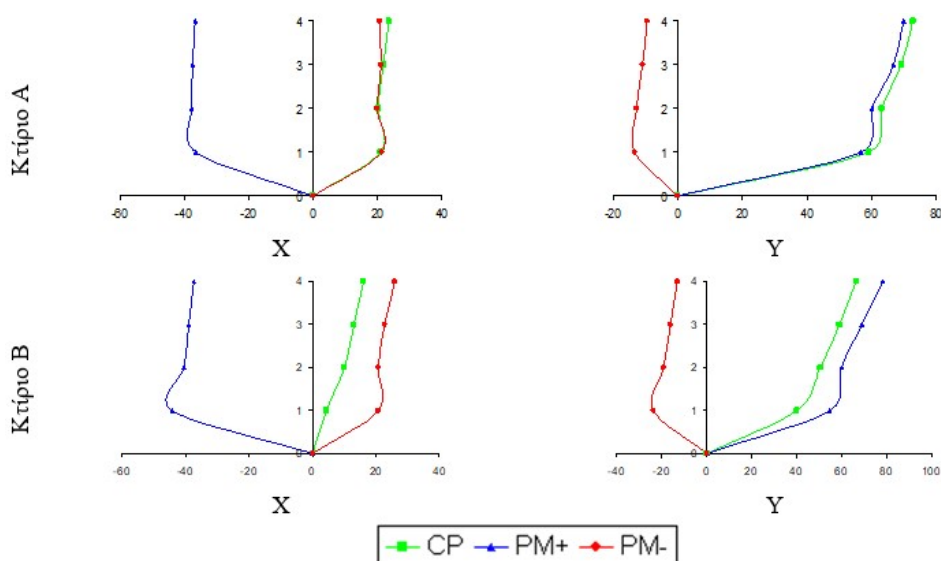
- Μία σύμφωνα με την προτεινόμενη μεθοδολογία (Proposed Methodology - PM). Δεδομένου ότι $\kappa = 1$ και $\ddot{u}_{gX} = \ddot{u}_{gY}$, από τις εξισώσεις 9α - 9δ προκύπτει ότι οι πιθανοί συνδυασμοί των σεισμικών συνιστωσών περιορίζονται σε δύο: $\ddot{u}_{gX} + \ddot{u}_{gY}$ (PM+) και $\ddot{u}_{gX} - \ddot{u}_{gY}$ (PM-). Προς αποφυγή σύγχυσης διευκρινίζεται ότι καθένας από τους παραπάνω συνδυασμούς περιλαμβάνει επιβολή φορτίων με εναλλασσόμενη φορά, έτσι ώστε να καλύπτονται όλες οι περιπτώσεις συνδυασμένης δράσης των δύο οριζόντιων σεισμικών συνιστωσών.
- Μία σύμφωνα με μια μεθοδολογία παρόμοια με την Ιδιομορφική Υπερωθητική Ανάλυση (Modal Pushover Analysis) για ασύμμετρα χωρικά κτίρια (Chopra and Goel 2004, Reyes and Chopra 2011a, Reyes and Chopra 2011b), που αποκαλείται χάριν συντομίας 'συμβατική' μεθοδολογία (Conventional Procedure - CP). Η CP περιλαμβάνει ανεξάρτητη ανάλυση για κάθε διεύθυνση διέγερσης (X και Y) και χωρική επαλληλία των μεγεθών απόκρισης με τη χρήση του κανόνα των ποσοστιαίων συνδυασμών. Οι παραδοχές και η διαδικασία εφαρμογής της είναι σχεδόν πανομοιότυπες με αυτές της PM, με τη διαφορά ότι το τελευταίο βήμα προφανώς παραλείπεται, ενώ στα βήματα 2 έως 4 χρησιμοποιούνται οι ποσότητες v_{Xi} , M_{Xi} , V_{Xi} ή v_{Yi} , M_{Yi} , V_{Yi} αντί για τις v_{XYi} , M_{XYi} , V_{XYi} .
- Μία με τη θεωρητικά ακριβή μη γραμμική δυναμική ανάλυση (Nonlinear Dynamic Analysis - NDA) για ταυτόχρονη δράση κάθε διέγερσης κατά τους δύο οριζόντιους άξονες, με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς ($\ddot{u}_{gX} + \ddot{u}_{gY}$, $\ddot{u}_{gX} - \ddot{u}_{gY}$, $-\ddot{u}_{gX} + \ddot{u}_{gY}$ και $-\ddot{u}_{gX} - \ddot{u}_{gY}$). Τα αποτελέσματα της μη γραμμικής δυναμικής ανάλυσης χρησιμεύουν ως λύση αναφοράς για τη σύγκριση προτεινόμενης και συμβατικής μεθοδολογίας.

Σε όλες τις υπερωθητικές αναλύσεις λαμβάνονται υπόψη οι 6 πρώτες ιδιομορφές. Ο υπολογισμός της μετακίνησης του ισοδύναμου μονοβάθμιου συστήματος γίνεται με τη βοήθεια μη γραμμικής δυναμικής ανάλυσης για κάθε διέγερση και ακολουθεί πολλαπλασιασμός της με τις ποσότητες $v_{XYi} \phi_{Ni}$ (PM) και $v_{Xi} \phi_{Ni}$ ή $v_{Yi} \phi_{Ni}$ (CP), ώστε να προκύψει η μετακίνηση-στόχος της «ιδιομορφής» i . Ο υπολογισμός των «ιδιομορφικών» τιμών των υπόλοιπων μεγεθών απόκρισης γίνεται με εκ νέου διεξαγωγή υπερωθητικής ανάλυσης μέχρι η μετακίνηση κορυφής να εξισωθεί με τη μετακίνηση-στόχο. Η «ιδιομορφική» επαλληλία των μεγεθών απόκρισης γίνεται με τον κανόνα της πλήρους τετραγωνικής επαλληλίας (CQC).

Η σύγκριση μεταξύ της προτεινόμενης και της συμβατικής μεθοδολογίας γίνεται με βάση το μέσο σφάλμα των μεγεθών απόκρισης σε σχέση με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μη γραμμική δυναμική ανάλυση. Τυχόν θετικό πρόσημο του σφάλματος σημαίνει ότι η ΣΥΑ υπερεκτιμά τα μεγέθη απόκρισης, δηλαδή είναι συντηρητική σε σχέση με τη μη γραμμική δυναμική ανάλυση. Αντίστροφα, αρνητικό πρόσημο του σφάλματος σημαίνει ότι η ΣΥΑ υποεκτιμά τα μεγέθη απόκρισης, δηλαδή οδηγεί σε μη συντηρητικά αποτελέσματα.

Στα **Σχήματα 2** έως **4** δίνονται τα μέσα σφάλματα των υπερωθητικών αναλύσεων για τις 20 σεισμικές διεγέρσεις (ως προς τα αποτελέσματα της μη γραμμικής δυναμικής ανάλυσης) για τα δύο κτίρια. Τα μέσα σφάλματα αφορούν στις μετακινήσεις των ορόφων κατά τους άξονες X και Y στο κέντρο βάρους (CM), στην εύκαμπτη (C3) και στη δύσκαμπτη (C7) πλευρά της κάτοψης.

Είναι προφανές ότι οι δύο συνδυασμοί της προτεινόμενης μεθοδολογίας (PM+ και PM-) παρέχουν ένα άνω κι ένα κάτω όριο για κάθε μέγεθος απόκρισης. Η θεωρούμενη ακριβής τιμή που προκύπτει από τη μη γραμμική δυναμική ανάλυση κείται σε αυτό το διάστημα. Η ακρίβεια είναι παρόμοια με της συμβατικής μεθοδολογίας με το μέσο σφάλμα του πιο συντηρητικού συνδυασμού (PM+ ή PM-) να κυμαίνεται μεταξύ 20% και 78%.

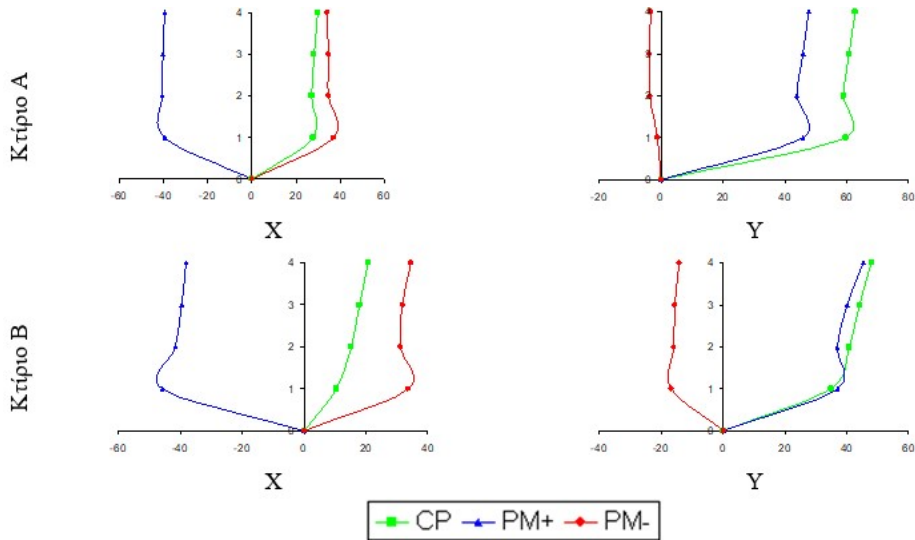


Σχήμα 2. Μέσο σφάλμα (%) μετακινήσεων ορόφων στο κέντρο βάρους (CM)

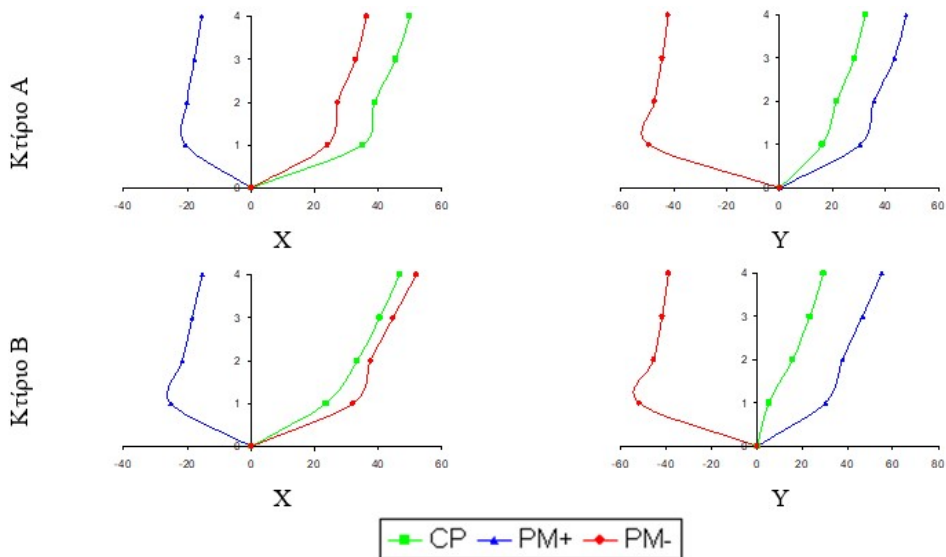
ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας ήταν η αξιολόγηση μιας μεθοδολογίας υπερωθητικής ανάλυσης για την προσεγγιστική εκτίμηση της ανελαστικής σεισμικής

συμπεριφοράς ασύμμετρων χωρικών συστημάτων. Η μεθοδολογία βασίζεται στη γνωστή Ιδιομορφική Υπερωθητική Ανάλυση (Modal Pushover Analysis), αλλά εισάγει επιπλέον μια τεχνική για την ταυτόχρονη συνεκτίμηση των δύο οριζόντιων συνιστωσών του σεισμού χωρίς να απαιτείται ξεχωριστή ανάλυση σε κάθε διεύθυνση, ούτε και εφαρμογή - αδόκιμων στην ανελαστική περιοχή - κανόνων χωρικής επαλληλίας. Η αξιολόγηση της εν λόγω μεθοδολογίας μέσω μιας σειράς εφαρμογών σε μη κανονικά καθ' ύψος πολυώροφα κτίρια οδήγησε στα παρακάτω συμπεράσματα:



Σχήμα 3. Μέσο σφάλμα (%) μετακινήσεων ορόφων στην εύκαμπτη πλευρά (C3)



Σχήμα 4. Μέσο σφάλμα (%) μετακινήσεων ορόφων στη δύσκαμπτη πλευρά (C7)

- Οι εναλλακτικοί συνδυασμοί των σεισμικών δράσεων σύμφωνα με την προτεινόμενη μεθοδολογία παρέχουν ένα άνω κι ένα κάτω όριο για κάθε μέγεθος απόκρισης που ως επί το πλείστον περιβάλλουν τις θεωρητικά ακριβείς τιμές της μη γραμμικής δυναμικής ανάλυσης.
- Σε γενικές γραμμές η προτεινόμενη μεθοδολογία είναι παρόμοιας ακρίβειας με μια παρόμοια μεθοδολογία που περιλαμβάνει ανεξάρτητη επίλυση για κάθε διεύθυνση διέγερσης και χωρική επαλληλία των αποτελεσμάτων.

Προφανώς, η γενίκευση των παραπάνω συμπερασμάτων απαιτεί τη διεξαγωγή περαιτέρω έρευνας που θα περιλαμβάνει ανάλυση μεγάλης ποικιλίας χωρικών ασύμμετρων συστημάτων για πληθώρα σεισμικών διεγέρσεων.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Chopra, A.K., Goel R.K., “A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 33 (2004) 903-927.

Fajfar, P., Marusic, D., Perus, I., (2005), “The extension of the N2 method to asymmetric buildings”, in *Proceedings of the 4th European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures, 4EWICS*, (Thessaloniki Greece August, 2005, Paper No. 41)

Federal Emergency Management Agency - Applied Technology Council (ATC) *Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures*, Report No. ATC-55 (FEMA 440) (2004)

Manoukas, G.E., Athanatopoulou, A.M., Avramidis I.E., “Multimode Pushover Analysis for Asymmetric Buildings under Biaxial Seismic Excitation Based on a new Concept of the Equivalent Single Degree of Freedom System”. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 38 (2012) 88-96.

Manoukas, G.E., Avramidis, I.E., “Evaluation of a Multimode Pushover Procedure for Asymmetric in Plan Buildings under Biaxial Seismic Excitation”. *Bulletin of Earthquake Engineering*, Vol. 12, No 6 (2014) 2607-2632.

Manoukas, G.E., Avramidis, I.E., “Improved Multimode Pushover Procedure for Asymmetric in Plan Buildings under Biaxial Seismic Excitation – Application to Tall Buildings”. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, Vol. 24, No 6 (2015) 397-420.

Pacific Earthquake Engineering Research Centre (PEER) (2003) *Strong Motion Database*, <http://peer.berkeley.edu/smcat/>

Reyes, J.C., Chopra, A.K., “Three dimensional modal pushover analysis of buildings subjected to two components of ground motion, including its evaluation for tall buildings”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 40 (2011a) 789-806.

Reyes, J.C., Chopra, A.K., “Evaluation of three-dimensional modal pushover analysis for unsymmetric-plan buildings subjected to two components of ground motion”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 40 (2011b) 1475-1494.