

Οι εξισώσεις καμπτικής αντοχής δοκών σκυροδέματος με οπλισμό FRP σύμφωνα με EC2

Flexural resistance equations of concrete with FRP reinforcement according to EC2

Νεφέλη ΜΗΤΣΟΠΟΥΛΟΥ¹, Βασίλης ΚΑΡΑΤΖΑΦΕΡΗΣ², Βασίλης
ΤΣΙΤΣΟΣ³, Μαρίνος ΚΑΤΤΗΣ⁴

Λέξεις κλειδιά: οπλισμένο σκυρόδεμα, ράβδοι FRP, καμπτικός σχεδιασμός
Keywords: reinforced concrete, FRP bars, flexural design

ΠΕΡΙΛΗΨΗ : Στην παρούσα εργασία εξάγονται, στην γενική τους μορφή, οι εξισώσεις καμπτικής αντοχής δοκών σκυροδέματος, που είναι οπλισμένες με ράβδους FRP σύμφωνα με τις αρχές και υποθέσεις του EC2. Η καμπτική αντοχή περιγράφεται με δύο εξισώσεις που αντιστοιχούν στους δύο πιθανούς τύπους καμπτικής αστοχίας, που μπορούν να εμφανισθούν σε μία καμπτόμενη δοκό σκυροδέματος οπλισμένη με ράβδους FRP. Ο πρώτος τύπος αστοχίας συμβαίνει λόγω θρυμματισμού του σκυροδέματος, ενώ ο δεύτερος, λόγω διάρρηξης του οπλισμού FRP. Οι προβλέψεις των εξισώσεων που αναπτύχθηκαν συγκρίνονται με τα πειραματικά αποτελέσματα εννέα πειραματικών δοκιμών σε δοκούς σκυροδέματος οπλισμένες με ράβδους CFRP και GFRP, που διεξήχθησαν στο εργαστήριο Δομικής Μηχανικής του ΕΜΠ. Προκύπτει ότι οι προβλέψεις των εξισώσεων αυτών βρίσκονται σε καλή συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα, καθώς και με τις προβλέψεις που παρέχουν οι αντίστοιχες εξισώσεις του CSA (Canadian Standard Association).

ABSTRACT: In this work, the flexural strength equations of concrete beams reinforced with FRP bars are derived, in their general form, according to the principles and assumptions of EC2. The flexural strength of the beam is described by two equations corresponding to the two possible types of flexure failure that can occur in a concrete beam reinforced with FRP bars. The first type of failure occurs due to the concrete crushing, while the second type, due to the rupture of the FRP reinforcement. The predictions of the equations obtained are checked experimentally by conducting experimental tests on nine concrete beams

¹ Πολιτικός Μηχανικός, MSc, Υποψήφια Διδάκτωρ, ΕΜΠ, email: nmitsopoulou@central.ntua.gr

² Πολιτικός Μηχανικός, MSc, Διδάκτωρ ΕΜΠ, email: vkartzafelis@gmail.com

³ Πολιτικός Μηχανικός, MSc, Υποψήφιος Διδάκτωρ ΕΜΠ, vsitsos@hotmail.com

⁴ Πολιτικός Μηχανικός, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ, email: mkattis@central.ntua.gr

reinforced with CFRP and GFRP bars. The predictions of these equations are in good agreement with the experimental results as well as with the predictions provided by the corresponding equations of the CSA (Canadian Standard Associations).

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διασαφήνιση της καμπτικής συμπεριφοράς δομικών στοιχείων σκυροδέματος με οπλισμό FRP έχει αποτελέσει ένα βασικό αντικείμενο έρευνας στην επιστημονική περιοχή του Ο/Σ τα τελευταία χρόνια, διότι αποτελεί την βάση του σχεδιασμού των στοιχείων αυτών, τόσο για αντοχή, όσο και για λειτουργικότητα. Η θεωρητική και η πειραματική έρευνα, που έχει αναπτυχθεί στην περιοχή αυτή, στηρίζεται στην επέκταση των τεχνικών και μεθόδων που έχουν χρησιμοποιηθεί για τον οπλισμό από χάλυβα, παρά τις ποιοτικές διαφορές ως προς την μηχανική συμπεριφορά που επιδεικνύει ο οπλισμός FRP. Αυτό γίνεται, προκειμένου να αξιοποιηθεί η εμπειρία και η γνώση που έχει αποκτηθεί για τον οπλισμό από χάλυβα, και να παραχθούν αποτελέσματα που θα είναι οικεία στον μηχανικό της πράξης (Benmokrane et al., 1996; Masmoudi et al., 1998; Toutanji et al., 2000; Pilakoutas et al., 2002; Καρατζαφέρης, 2009). Τα αποτελέσματα που έχουν παραχθεί από την έρευνα αυτή έχουν αποτελέσει την βάση ανάπτυξης των νέων κωδίκων και κανονισμών για τον σχεδιασμό δομικών στοιχείων σκυροδέματος με οπλισμό FRP σε πολλές χώρες (ACI, 440.1R-15; CSA, S806-12; JSCE, 1997).

Η θεωρητική ανάπτυξη των εξισώσεων της καμπτικής αντοχής με την μέθοδο των οριακών καταστάσεων βασίζεται στις παραδοχές και στις υποθέσεις που υιοθετεί ο κάθε κώδικας για την συμπεριφορά του σκυροδέματος και των ράβδων FRP. Οι εξισώσεις που περιγράφουν την καμπτική συμπεριφορά του σκυροδέματος και έχουν συμπεριληφθεί στους κώδικες ACI 440.1R-15 και CSA S806-12 βασίζονται στο εκτεταμένο θεωρητικό και ερευνητικό έργο που έχει δημοσιευθεί τα τελευταία χρόνια. Στους δύο αυτούς κώδικες, η καμπτική αντοχή συνδέεται με τους δύο πιθανούς τύπους καμπτικής αστοχίας που μπορούν να εμφανισθούν σε ένα καμπτόμενο δομικό στοιχείο Ο/Σ με ράβδους FRP, και οι σχετικές εξισώσεις έχουν αναπτυχθεί με βάση την έννοια της ισόρροπης διατομής εισάγοντας ορισμένες υποθέσεις για την συμπεριφορά του δομικού στοιχείου και των υλικών.

Στην εργασία αυτή, ακολουθώντας μια ανάλογη διαδικασία, αναπτύσσονται οι αντίστοιχες εξισώσεις καμπτικής αντοχής δοκών σκυροδέματος με οπλισμό FRP χρησιμοποιώντας τις βασικές παραδοχές του EC2. Για δοκούς σκυροδέματος με ορθογώνια διατομή, οι εξισώσεις αυτές αναπτύσσονται για την γενική μορφή του νόμου τάσεων-παραμορφώσεων του σκυροδέματος που προτείνει ο EC2, καλύπτοντας έτσι και θλιπτικές αντοχές σκυροδέματος μεγαλύτερες των 50 MPa. Για όλους τους τύπους αστοχίας, παρέχονται κλειστές εκφράσεις των καμπτικών αντοχών και παρέχονται βοηθήματα για τον άμεσο υπολογισμό τους. Για δοκούς με διατομή T ή Γ και για αντοχές σκυροδέματος μικρότερες των 50 MPa,

εξάγεται η εξίσωση της καμπτικής αντοχής για θρυμματισμό σκυροδέματος, που αποτελεί την βάση σχεδιασμού στην πράξη. Οι θεωρητικές αντοχές που προβλέπουν οι εξισώσεις για δοκούς σκυροδέματος με ορθογώνια διατομή συγκρίνονται με τις πειραματικές αντοχές που προκύπτουν από εννέα πειραματικές δοκιμές πάνω σε δοκούς σκυροδέματος με οπλισμό G-FRP και C-FRP. Επίσης, οι θεωρητικές αυτές αντοχές συγκρίνονται με αυτές που παρέχουν οι αντίστοιχες εξισώσεις του CSA.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΜΠΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Η ανάπτυξη των σχέσεων που παρέχουν την καμπτική αντοχή μιας δοκού ΟΣ με οπλισμό FRP στηρίζεται στις απλοποιητικές παραδοχές του EC2 για την καμπτική παραμορφωσιακή συμπεριφορά της δοκού και στα διαγράμματα τάσεων παραμορφώσεων σκυροδέματος και οπλισμού, που δείχνονται στο Σχήμα 1. Το διάγραμμα θλιπτικών τάσεων-παραμορφώσεων του σκυροδέματος είναι το μη γραμμικό διάγραμμα του EC2, ενώ το διάγραμμα εφελκυστικών τάσεων-παραμορφώσεων οπλισμού FRP θεωρείται γραμμικό μέχρι την διάρρηξή του. Στο διάγραμμα σκυροδέματος, f_{ck} δηλώνει την χαρακτηριστική θλιπτική αντοχή του και $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$ την θλιπτική αντοχή σχεδιασμού του. γ_c είναι ο μερικός συντελεστής για το σκυρόδεμα και α_{cc} είναι ένας μειωτικός συντελεστής αντοχής από μακροχρόνιες επιδράσεις και από δυσμενείς επιπτώσεις από τον τρόπο εφαρμογής των εξωτερικών φορτίων. Η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης του σκυροδέματος περιγράφεται μαθηματικά από την σχέση

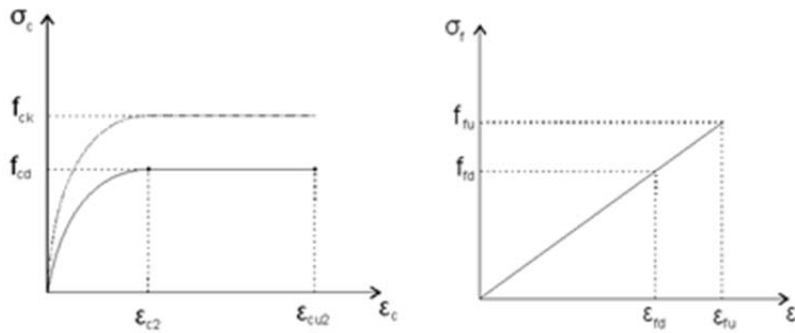
$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} [1 - (1 - \varepsilon_c / \varepsilon_{c2})^n], & \text{όταν } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}, \\ f_{cd}, & \text{όταν } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}, \end{cases} \quad (1)$$

όπου, σύμφωνα με EC2 (EN 1992-1-1:2004), είναι

- $n = 2$, $\varepsilon_{c2} = 2^0 / 100$, $\varepsilon_{cu2} = 3.5^0 / 100$, όταν $f_{ck} \leq 50$ MPa
- $n = 1.4 + 23.4[(90 - f_{ck})/100]^4$, $\varepsilon_{c2} (^0/100) = 2.0 + 0.085(f_{ck} - 50)^{0.53}$,
 $\varepsilon_{cu2} (^0/100) = 2.6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$ όταν $f_{ck} > 50$ MPa.

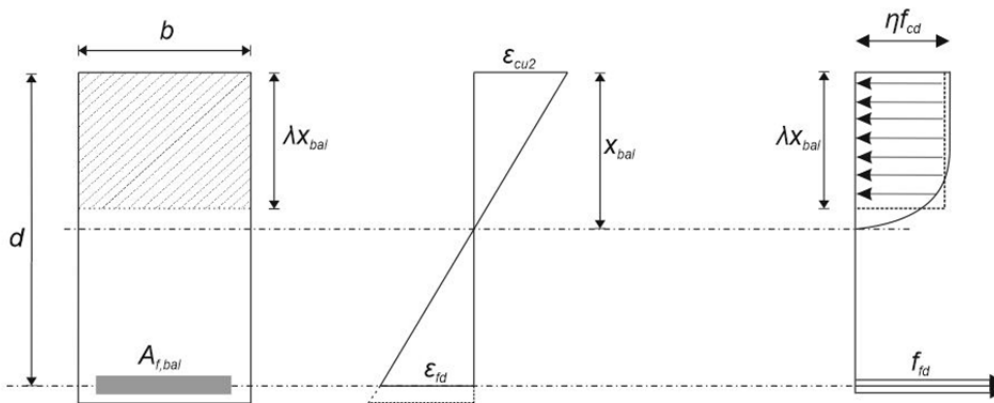
Η αναλυτική σχέση των εφελκυστικών τάσεων-παραμορφώσεων των ράβδων οπλισμού FRP έχει την μορφή $\sigma_f = \varepsilon_f E_f$, όπου E_f είναι το μέτρο ελαστικότητας οπλισμού FRP. Στο διάγραμμα του Σχήματος 1, f_{fu} και ε_{fu} δηλώνουν την χαρακτηριστική τιμή της εφελκυστικής αντοχής και παραμόρφωσης, αντίστοιχα, των ράβδων οπλισμού FRP, και f_{fd} , ε_{fd} , τις αντίστοιχες ποσότητες σχεδιασμού. Η εφελκυστική αντοχή σχεδιασμού ορίζεται με την σχέση $f_{fd} = c_E f_{fu} / \gamma_f$, όπου

γ_f είναι ο μερικός συντελεστής των ράβδων FRP και c_E είναι ένας συντελεστής μείωσης που εισάγει τις δυσμενείς επιδράσεις από ερπυσμό και άλλες αιτίες. Στην παρούσα εργασία, για τους μερικούς συντελεστές γ_c και γ_f των υλικών, υιοθετούνται οι τιμές 1.5 και 1.3, αντίστοιχα, και για τους μειωτικούς συντελεστές a_{cc} και c_E , οι τιμές 0.85 και 0.80 αντίστοιχα.



Σχήμα 1. Διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων για σκυρόδεμα και FRP.

Η παραμορφωσιακή κατάσταση της διατομής μιας δοκού σκυροδέματος με οπλισμό FRP, στην οποία το σκυρόδεμα έχει προσεγγίσει την παραμόρφωση ϵ_{cu2} και, ταυτόχρονα, οι ράβδοι οπλισμού έχουν προσεγγίσει την παραμόρφωση ϵ_{fd} ορίζεται ως ισόρροπη παραμορφωσιακή κατάσταση. Οι διανομές των παραμορφώσεων και τάσεων κατά το ύψος της διατομής, στην ισόρροπη παραμορφωσιακή κατάστασή της, δείχνονται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2. Παραμορφώσεις και τάσεις στην ισόρροπη ορθογώνια διατομή.

Με δεδομένα την γεωμετρία της διατομής και την συμπεριφορά των υλικών, η οριακή αυτή κατάσταση επιτυγχάνεται για το παρακάτω λόγο οπλισμού της διατομής

$$\rho_{f,bal} = \frac{A_{f,bal}}{b d} = \eta \lambda \frac{f_{cd}}{f_{fd}} \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} + f_{fd}/E_f}, \quad (2)$$

όπου, το $A_{f,bal}$ είναι το εμβαδόν οπλισμού, b, d , το πλάτος και το στατικό ύψος της διατομής και λ, η , δυο αδιάστατοι συντελεστές. Οι συντελεστές αυτοί υπολογίζονται έτσι ώστε η διανομή των θλιπτικών τάσεων στην θλιπτική ζώνη του σκυροδέματος να είναι στατικά ισοδύναμη με μια ομοιόμορφη διανομή ηf_{fd} στην περιοχή $(\lambda x_{bal}) \times b$ της διατομής (Σχήμα 2). Βρίσκεται ότι

$$\lambda \eta = 1 - \frac{1}{n+1} \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}, \quad \lambda = \frac{1 + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \right)^2 - \frac{2}{n+1} \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}}{1 - \frac{1}{n+1} \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}}. \quad (3)$$

Αν ο λόγος οπλισμού της διατομής $\rho_f = A_f/bd$ ικανοποιεί την συνθήκη $\rho_f > \rho_{f,bal}$, τότε η διατομή θα αστοχήσει από θρυμματισμό σκυροδέματος. Στον τύπο αυτό αστοχίας, η τάση που αναπτύσσεται στον οπλισμό παρέχεται από τη σχέση

$$\sigma_f = \frac{1}{2} \sqrt{(E_f \varepsilon_{cu2})^2 + 4 \eta \lambda \frac{f_{cd}}{\rho_f} E_f \varepsilon_{cu2} - \frac{1}{2} E_f \varepsilon_{cu2}} \quad (4)$$

και πρέπει να ικανοποιεί την σχέση $\sigma_f \leq f_{fd}$. Η σχέση (4) προσδιορίζεται από την ισότητα της θλιπτικής δύναμης που επενεργεί στη θλιπτική ζώνη του σκυροδέματος και της εφελκυστικής δύναμης που επενεργεί στον οπλισμό. Η ροπή ζεύγους των δυνάμεων αυτών αποτελεί την καμπτική αντοχή της διατομής και προκύπτει στις παρακάτω δύο μορφές

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2} = \eta \lambda f_{cd} \frac{x}{d} \left(1 - 0.5 \lambda \frac{x}{d} \right), \quad (5)$$

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2} = \rho_f \sigma_f \left(1 - 0.5 \lambda \frac{x}{d} \right), \quad (6)$$

όπου $x = \varepsilon_{cu2} d / (\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_f)$ είναι το πλάτος της θλιβόμενης ζώνης.

Αν ο λόγος οπλισμού της διατομής $\rho_f = A_f / bd$ ικανοποιεί την συνθήκη $\rho_f < \rho_{f,bal}$, τότε η διατομή θα αστοχήσει από διάρρηξη των ράβδων οπλισμού. Όταν $\varepsilon_{c2} < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu2}$, η παραμόρφωση ε_c που αναπτύσσεται στο σκυρόδεμα και η ροπή καμπτικής αντοχής της διατομής M_{Rd} υπολογίζονται στην μορφή

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c2} \frac{1}{n+1} + \rho_f \frac{f_{fd} \varepsilon_{fd}}{f_{cd} \varepsilon_{c2}}, \quad (7)$$

$$1 - \rho_f \frac{f_{fd}}{f_{cd}}$$

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2} = \bar{\eta} \bar{\lambda} \frac{x}{d} \left(1 - 0.5 \bar{\lambda} \frac{x}{d} \right), \quad (8)$$

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2} = \rho_f f_{fd} \left(1 - 0.5 \bar{\lambda} \frac{x}{d} \right), \quad (9)$$

όπου $x = \varepsilon_c d / (\varepsilon_c + \varepsilon_{fd})$ είναι το πλάτος της θλιβόμενης ζώνης και

$$\bar{\lambda} = \frac{1 + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c} \right)^2 - \frac{2}{n+1} \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c}}{1 - \frac{1}{n+1} \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c}}, \quad \bar{\lambda} \bar{\eta} = 1 - \frac{1}{n+1} \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c}. \quad (10)$$

Οι παραπάνω συντελεστές έχουν υπολογισθεί έτσι ώστε η διανομή των θλιπτικών τάσεων στην θλιπτική ζώνη του σκυροδέματος να είναι στατικά ισοδύναμη με μια ομοιόμορφη διανομή $\bar{\eta} f_{fd}$ στην θλιπτική περιοχή $(\bar{\lambda} x) \times b$ της διατομής. Όταν $\varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$, η παραμόρφωση που αναπτύσσεται στον οπλισμό και η ροπή αντοχής της διατομής βρίσκονται να είναι

$$\left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{fd}} = \rho_f \frac{f_{fd} (n+1)}{f_{cd} n}, \quad (11)$$

$$M_{Rd} = A_f f_{fd} \left(d - \frac{1+n}{2(n+2)} x \right), \quad (12)$$

$$M_{Rd} = \frac{n}{n+1} \sigma_{cd} b x \left(d - \frac{1+n}{2(n+2)} x \right), \quad (13)$$

όπου $x = \varepsilon_c d / (\varepsilon_c + \varepsilon_{fd})$. Για σκυροδέματα με θλιπτική αντοχή $f_{ck} \leq 50$ MPa, το n παίρνει την τιμή 2 και οι παραπάνω σχέσεις γίνονται

$$\bar{\varepsilon}^3 - 2\bar{\varepsilon}^2 + \frac{3}{2} \rho_f \frac{f_{fd}}{f_{cd}} \bar{\varepsilon} + \frac{3}{2} \rho_f \frac{f_{fd}}{f_{cd}} \frac{\varepsilon_{fd}}{\varepsilon_{c2}} = 0, \quad (14)$$

$$M_{Rd} = A_f f_{fd} \left(d - \frac{3}{8} x \right), \quad (15)$$

$$M_{Rd} = \frac{2}{3} \sigma_{cd} b x \left(d - \frac{3}{8} x \right). \quad (16)$$

Για τον άμεσο υπολογισμό των συντελεστών λ και η , για όλες τις κατηγορίες σκυροδέματος, έχει συνταχθεί ο Πίνακας 1. Για σκυροδέματα με $f_{ck} \leq 50$ MPa, για τον υπολογισμό των συντελεστών λ , $\bar{\eta}$ παρέχεται ο Πίνακας 2.

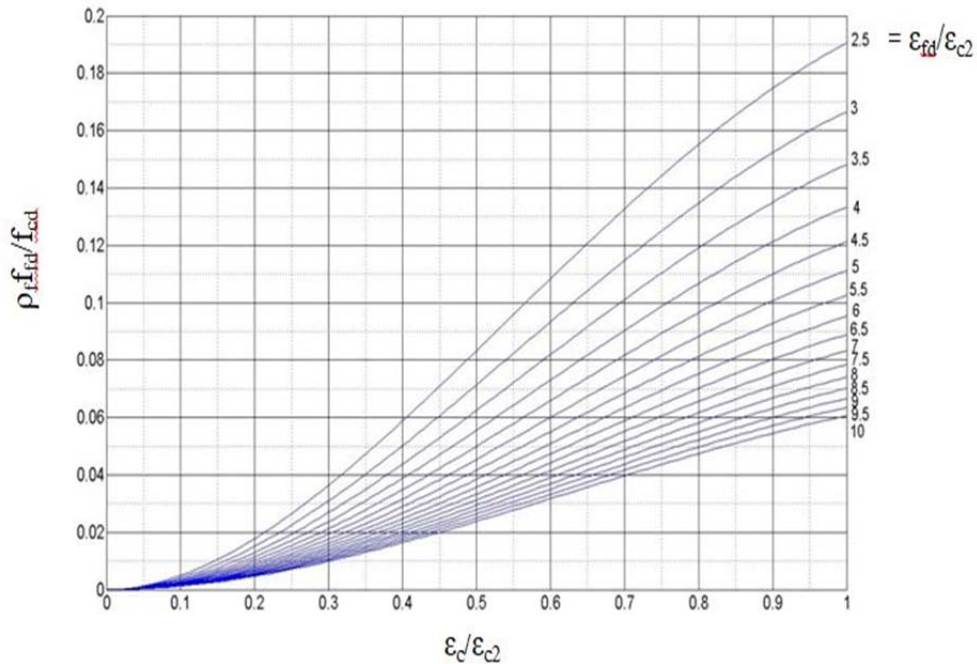
Πίνακας 1. Τιμές των παραμέτρων ε_{cu2} , ε_c , n , λ , η

f_{fk}	ε_{cu2}	ε_c	n	λ	η
≤ 50	3.50	2.00	2.00	0.83	0.97
55	3.13	2.20	1.75	0.79	0.95
60	2.88	2.29	1.59	0.75	0.92
65	2.74	2.36	1.49	0.73	0.89
70	2.66	2.42	1.44	0.72	0.87
75	2.62	2.47	1.41	0.71	0.85
80	2.60	2.52	1.40	0.71	0.84
85	2.60	2.56	1.40	0.71	0.83
90	2.60	2.60	1.40	0.71	0.83

Πίνακας 2. Τιμές των παραμέτρων $\bar{\lambda}$, $\bar{\eta}$ σαν συνάρτηση της παραμόρφωσης ε_c , όταν $2 < \varepsilon_c < 3.5$ και $f_{ck} \leq 50$ MPa

ε_c	$\bar{\lambda}$	$\bar{\eta}$	ε_c	$\bar{\lambda}$	$\bar{\eta}$
2.1	0.756	0.902	2.8	0.799	0.953
2.2	0.763	0.914	2.9	0.804	0.957
2.3	0.769	0.923	3.0	0.810	0.961
2.4	0.776	0.931	3.1	0.814	0.964
2.5	0.782	0.938	3.2	0.819	0.967
2.6	0.788	0.944	3.3	0.824	0.969
2.7	0.794	0.949	3.4	0.828	0.971
3.5	0.832	0.973			

Το νομογράφημα του Σχήματος 3 παρέχεται για επίλυση της τριτοβάθμιας εξίσωσης (14).

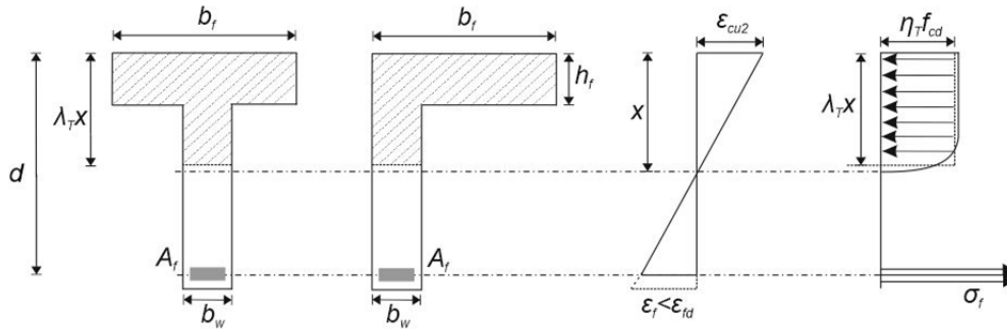


Σχήμα 3. Νομογράφημα για την επίλυση της τριτοβάθμιας εξίσωσης 14

Στην πράξη, σπάνια οι δοκοί σχεδιάζονται να αστοχήσουν από διάρρηξη του οπλισμού FRP. Ένας τέτοιος σχεδιασμός, θα εκμεταλλευόταν μεν τα υψηλά όρια αντοχής των ράβδων FRP, αλλά θα οδηγούσε σε υπερβολικές βυθίσεις των δοκών, που θα ξεπερνούσαν τα επιτρεπτά όρια. Σε συνηθισμένες κατασκευές, οι δοκοί σχεδιάζονται να αστοχήσουν από θρυμματισμό σκυροδέματος, παρόλο που, για την αστοχία αυτή, δεν γίνεται πλήρης εκμετάλλευση της υψηλής αντοχής των ράβδων οπλισμού FRP. Στη συνέχεια, για τον τύπο αυτό αστοχίας, εξάγονται οι καμπτικές αντοχές δοκών με διατομές T και Γ, που είναι συχνά απαντώμενες στην πράξη. Όπως στην περίπτωση των διατομών με ορθογώνια διατομή, η αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος συμβαίνει, όταν $\rho_f > \rho_{f,bal}$, όπου, για τις διατομές αυτές, το $\rho_{f,bal}$ παρέχεται από την σχέση

$$\rho_{f,bal} = \left[\lambda_T \eta_T \frac{b_w}{b_f} \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{cu2} + f_{fd} / E_f} + \eta_T \left(1 - \frac{b_w}{b_f} \right) \frac{h_f}{d} \right] \frac{f_{cd}}{f_{fd}} \quad (17)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, b_w είναι το πλάτος του κορμού της διατομής, και b_f , h_f το πλάτος και το πάχος του πέλατος της διατομής (Σχήμα 4). Οι συντελεστές λ_T, η_T έχουν υπολογισθεί έτσι ώστε η διανομή των θλιπτικών τάσεων στην θλιπτική ζώνη του σκυροδέματος να είναι στατικά ισοδύναμη με μια ομοιόμορφη διανομή $\eta_T f_{cd}$ στις σκιαγραμμισμένες θλιπτικές περιοχές που δείχνονται στις διατομές του Σχήματος 4



Σχήμα 4. Παραμορφώσεις και τάσεις στις διατομές T και Γ, για αστοχία από θρυμματισμό σκυροδέματος.

Η καμπτική αντοχή των διατομών T και Γ υπολογίζεται με μια από τις παρακάτω σχέσεις

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2 f_{cd}} = \lambda_T \eta_T \frac{b_w}{b_f} \frac{x}{d} \left(1 - 0.5 \lambda_T \frac{x}{d} \right) + \eta_T T \left(1 - 0.5 \frac{h_f}{d} \right), \quad (18)$$

$$\frac{M_{Rd}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{\rho_f \sigma_f}{f_{cd}} \left[\frac{\lambda_T \frac{b_w}{b_f} \frac{x}{d} \left(1 - 0.5 \lambda_T \frac{x}{d} \right) + T \left(1 - 0.5 \frac{h_f}{d} \right)}{\lambda_T \frac{b_w}{b_f} \frac{x}{d} + T} \right], \quad (19)$$

όπου T και σ_f παρέχονται από τις σχέσεις (20) και (21) που αναγράφονται παρακάτω. Η ποσότητα σ_f είναι η εφελκυστική τάση που αναπτύσσεται στις ράβδους οπλισμού FRP και πρέπει να ικανοποιεί την συνθήκη $\sigma_f \leq f_{fd}$.

$$\sigma_f = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\varepsilon_{cu2} E_f - \frac{\eta_T T}{\rho_f} f_{cd} \right)^2 + 4 \left(\lambda_T \eta_T \frac{b_w}{b_f} f_{cd} + \eta_T T f_{cd} \right) \frac{\varepsilon_{cu2} E_f}{\rho_f}} - \frac{1}{2} \left(\varepsilon_{cu2} E_f - \frac{\eta_T T}{\rho_f} f_{cd} \right) \quad (20)$$

$$T = \left(1 - \frac{b_w}{b_f} \right) \frac{h_f}{d} \quad (21)$$

Για σκυροδέματα με $f_{ck} \leq 50$ MPa, λαμβάνεται $\lambda_T = 0.8$, $\eta_T = 1$.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ

Για την σύγκριση των θεωρητικών αποτελεσμάτων, που δίνουν οι παραπάνω εξισώσεις, με πειραματικά αποτελέσματα διεξήχθησαν εννέα πειραματικές δοκιμές σε δοκούς σκυροδέματος με οπλισμό C-FRP και G-FRP. Οι πειραματικές δοκοί είχαν διατομή 15x20 cm, μήκος 150 cm και είχαν οπλισθεί με ράβδους GFRP και ράβδους CFRP, με τα χαρακτηριστικά γεωμετρίας και αντοχής που παρουσιάζονται στο Πίνακα 3. Η κυλινδρική αντοχή του σκυροδέματος των εννέα δοκιμών προσδιορίστηκε πειραματικά στην τιμή $f_{ck} = 30$ MPa. Οι δοκοί, 28 ημέρες μετά την κατασκευή τους, υπεβλήθησαν σε κάμψη τεσσάρων σημείων μέχρι την τελική αστοχία τους (Σχήμα 5). Στον Πίνακα 3, παρουσιάζονται οι πειραματικές καμπτικές αντοχές των δοκών M_R^{exp} που μετρήθηκαν και οι θεωρητικές καμπτικές αντοχές M_R^{EC2} , M_R^{CSA} που υπολογίσθηκαν, τόσο με τις εξισώσεις του EC2, όσο και με τις εξισώσεις του CSA (CSA 2012), αντίστοιχα. Και στις δύο περιπτώσεις, οι θεωρητικές τιμές των αντοχών υπολογίσθηκαν θέτοντας στις σχετικές εξισώσεις όλους τους υπεισερχόμενους συντελεστές υλικών ίσους με 1. Από την σύγκριση προκύπτει

Πίνακας 3. Γεωμετρία και αντοχή των ράβδων FRP

	GFRP	CFRP
Ονομαστική διάμετρος, mm	15.88	12.7
Εμβαδόν διατομής, mm ²	197.9	126.7
Εφελκυστική αντοχή, MPa	761	2300
Ονομαστικό Μέτρο Ελαστικότητας για Εφελκυσμό, GPa	46.7	130

ότι τα θεωρητικά αποτελέσματα των δύο κανονισμών συγκλίνουν μεταξύ τους και βρίσκονται σε καλή συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα.



Σχήμα 5. Η δοκός B-G-1 στη δοκιμή κάμψης τεσσάρων σημείων

Πίνακας 4. Δεδομένα γεωμετρίας, οπλισμού και αντοχής των πειραματικών δοκών

Οπλισμός	Δοκός	d [mm]	A_f	M_R^{EC2} [KNm]	M_R^{CSA} [KNm]	M_R^{exp} [KNm]
GFRP	B-G-1	177	2Φ12.7	23.06	21.28	21
	B-G-2	177	2Φ12.7	23.06	21.28	22.5
	B-G-3	177	2Φ12.7	23.06	21.28	21.5
	B-G-4	175	2Φ16	27.07	24.86	25.5
	B-G-5	175	2Φ16	27.07	24.86	23
CFRP	B-C-1	177	2Φ12.7	33.45	30.49	28.5
	B-C-2	177	2Φ12.7	33.45	30.49	29.5
	B-C-3	179	2Φ7.8	24.03	22.17	20
	B-C-4	179	2Φ7.8	24.03	22.17	23.5

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

American Concrete Institute (ACI), Committee 440.1R-15 “Guide for the design and construction of structural concrete reinforced with fiber-reinforced polymer bars”. ACI 440.1R-15 (2015)

Benmokrane, B., Chaallal, O., and Masmoudi, R., “Flexural Response of Concrete Beams Reinforced with FRP Reinforcing Bars”. ACI Structural Journal, Vol. 91, No. 2, (1996) 46–55

Canadian Standards Association (CSA), “Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers”. CSA S806-12 (reaffirmed 2017) (2012)

E N 1992-1-1:2004(E), Eurocode 2:Design of concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings, European Standard, European Committee for Standardization

JSCE, “Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials”. Concrete Engineering Series 23, Japan Society of Civil Engineers, Tokyo, Japan (1997)

Masmoudi, R., Theriault, M., and Benmokrane, B., “Flexural behavior of concrete beams reinforced with deformed fiber reinforced plastic reinforcing rods”. ACI Structural Journal, Vol. 95, No. 6 (1998) 665-676

Pilakoutas, K., Neocleous, K. and Guadagnini, M. “Design philosophy issues of fibres reinforced polymer reinforced concrete structures”. Journal of Composites for Construction, Vol.6, No 3 (2002) 154-161

Toutanji, H. and Saafi, M., “Flexural behavior of concrete beams reinforced with glass fiber-reinforced polymer (GFRP) bars”. ACI Structural Journal, Vol. 97, No 5 (2000) 712-719

Καρατζαφέρης, Β., “Ανάλυση της μηχανικής συμπεριφοράς δομικών στοιχείων σκυροδέματος οπλισμένων με σύνθετες ράβδους”, Διδακτορική Διατριβή, Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα (2009)