# Εφαρμογές της Ασαφούς Λογικής σε Θέματα Τεχνολογίας Σκυροδέματος

## Applications of Fuzzy Logic in Concrete Technology Matters


**Αναστάσιος Σαπαλίδης**
**Τμήμα Πολ. Μηχανικών ΔΠΘ, Ξάνθη, e-mail: anassapa@civil.duth.gr**

**Κοσμάς Σίδερης**

**Τμήμα Πολ. Μηχανικών ΔΠΘ, Ξάνθη, e-mail: kksider@civil.duth.gr**

**Βασίλειος Παπαδόπουλος**

**Τμήμα Πολ. Μηχανικών ΔΠΘ, Ξάνθη, e-mail: papadob@civil.duth.gr**



**ΠΕΡΙΛΗΨΗ**: Εφαρμόζουμε τη μέθοδο της Ασαφούς Γραμμικής Παλινδρόμησης με δείγμα την αντοχή κυβικών δοκιμίων διαφόρων τύπων σκυροδέματος στις 28 ημέρες. Τα δεδομένα διατέθηκαν από τη βιομηχανία σκυροδέματος Τεχνομπετόν Α.Ε. και αποτελούν μέσο όρο εκατοντάδων μετρήσεων. Θεωρούμε ως εξαρτημένες μεταβλητές τα εξής : 1) Άμμος , 2) Ρυζάκι , 3) Γαρμπίλι , 4) Χαλίκι, 5)Τσιμέντο, 6) Νερό (οι μονάδες όλων των παραπάνω δεδομένων είναι σε κιλά ανά κυβικό μέτρο kg/m^3 ) και ως εξαρτημένη μεταβλητή την θλιπτική αντοχή των κυβικών δοκιμίων στις 28 ημέρες ( μεγαπασκάλ M.Pa). Να σημειωθεί ότι για τους σκοπούς της ασαφούς γραμμικής παλινδρόμησης δεν έγινε διαχωρισμός του σκυροδέματος σε κατηγορίες (π.χ. C20/25), αντ’ αυτού η μοντελοποίηση έγινε με γνώμονα ότι από τις συγκεκριμένες αναλογίες αδρανών-τσιμέντου-νερού προκύπτει η συγκεκριμένη αντοχή του σκυροδέματος. Με βάση τα κριτήρια συμμόρφωσης του Ελληνικού Κανονισμού Τεχνολογίας Σκυροδέματος του 2016 για μη πιστοποιημένο εργοστασιακό σκυρόδεμα και τα στατιστικά δεδομένα της εταιρίας κατασκευάζουμε Γλωσσικές Μεταβλητές (χαμηλή, τυπική, υψηλή αντοχή) για 4 τύπους σκυροδέματος, πιο ειδικά για τα C16/20, C20/25, C25/30, C30/37. Στη συνέχεια αντιστοιχούμε την έξοδο της ασαφούς γραμμικής συσχέτισης με τις γλωσσικές μεταβλητές τις οποίες κατασκευάσαμε.

**ABTRACT:** We apply the Fuzzy Linear Regression method with sample the compressive strength of cubic specimens of various types of concrete in 28 days. The data we used was provided by TEHNOBETON S.A. a ready-mix concrete company and are the mean values of hundreds of measurements. We assume as independent variables the following: 1) Sand, 2) Intermediate aggregate, 3) Intermediate aggregate, 4) Gravel, 5) Cement, 6) Water (the units of the previous variables are kg/m^3) and as dependent variable the compressive strength of the cubic specimens of various types of concrete in 28 days (M.Pa).We need to mention that for the purposes of Fuzzy Linear Regression there was not any classification in concrete

strength classes but instead our modeling was based on the fact that by these specific mix proportions results a concrete of specific compressive strength. Based on the acceptance rules of the Greek Concrete Technology Regulation of 2016 for Non certified industrial concrete and the statistical data of the company we construct Linguistic Variables (low, typical, high strength) for 4 concrete strength classes, specifically for C 16/20, C20/25, C25/30 and C30/37. Following that we correspond the output of Fuzzy Linear Regression to the linguistic Variables we constructed.

# Εισαγωγή

Η μέθοδος της Κλασσικής Γραμμικής Παλινδρόμησης είναι ένα ευρέως αποδεκτό «εργαλείο» της κλασσικής στατιστικής ανάλυσης με πλήθος εφαρμογών σε πληθώρα επιστημών. Παρόλα αυτά η χρήση της μεθόδου αυτής περιλαμβάνει μία σειρά από παραδοχές οι οποίες σε πολλές περιπτώσεις δεν ισχύουν. Έτσι παρουσιάζονται προβλήματα πολλές φορές στην εφαρμογή της. Μετά την εμφάνιση και θεμελίωση της ασαφούς λογικής (Fuzzy Logic) απ’ τον L. A. Zadeh το 1965, πολλοί συγγραφείς και ερευνητές προσπάθησαν να την συμπεριλάβουνε και στο μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης. Σήμερα η χρήση ασαφών μοντέλων παλινδρόμησης αποτελεί μια αρκετά δημοφιλής επιλογή για πολλούς ερευνητές καθώς τα ασαφή μοντέλα αποδεικνύονται συχνά ανώτερα των κλασσικών σε διάφορα επίπεδα. Η εφαρμογή της μεθόδου της Ασαφούς Γραμμικής Παλινδρόμησης (Fuzzy Linear Regression) με τη χρήση των δεδομένων που μας διατέθηκαν από τη βιομηχανία σκυροδέματος Τεχνομπετόν Α.Ε έγινε με τη βοήθεια του προγράμματος «Crisp and Fuzzy Linear Regression Analysis» το οποίο αναπτύχθηκε από τον μεταπτυχιακό φοιτητή του Δ.Π.Θ. Μπογιατζή Αθανάσιο. Η κατασκευή των Λεκτικών Μεταβλητών (Linguistic Variables) έγινε με βάση τα κριτήρια συμμόρφωσης του Κανονισμού Τεχνολογίας Σκυροδέματος του 2016.

# Ασαφείς Αριθμοί

Ένα κλασσικό σύνολο $A^2$ ταυτίζεται με μια χαρακτηριστική συνάρτηση της μορφής: $X_A\colon X \to \{0,1\}$ με $X_A = \begin{cases} 1 \; αν \; x \in A \\ 0 \; αν \; x \notin A \end{cases}$. Τα ασαφή σύνολα είναι μια γενίκευση των κλασσικών συνόλων όπου σαν σύνολο αφίξεως της χαρακτηριστικής συνάρτησης έχουν το $[0,1]$ αντί για το διμελές σύνολο $\{0,1\}$, δηλαδή $A : X \to [0,1]$. Για κάθε $x \in A$ η τιμή $A(x)$ ονομάζεται τιμή συμμετοχής (membership value) και εκφράζει το βαθμό αλήθειας που το $x$ ανήκει στο σύνολο $A$. Η συνάρτηση $A : X \to [0,1]$ ονομάζεται συνάρτηση συμμετοχής (membership function). Ως πεδίο ορισμού ή στήριγμα ενός ασαφούς συνόλου ορίζεται το $S(A) = \{x \in X : A(x) > 0$ . Πλέον έχουμε όλα τα απαραίτητα στοιχεία ώστε να ορίσουμε την έννοια του ασαφούς αριθμού. Ένα ασαφές σύνολο $X$ ονομάζεται Ασαφής Αριθμός (Fuzzy Number) αν πληρούνται οι εξής συνθήκες : i) Υπάρχει τουλάχιστον ένα $x \in X$, ώστε $A(x) = 1$,

ii) Το στήριγμα $S(A)$ είναι συμπαγές υποσύνολο του , iii) Ο χώρος μεταξύ του γραφήματος του $A$ και του άξονα $OX$ είναι κυρτό σύνολο.

**Ασαφείς Τριγωνικοί Αριθμοί**

Ένας ασαφής αριθμός της μορφής $A = (c_l, r, c_r)$, όπου $r$ είναι η κεντρική του τιμή με βαθμό αλήθειας $\mu = 1$ και $c_l, c_r$ το αριστερό και δεξί εύρος τιμών αντίστοιχα με βαθμούς συμμετοχής μεταξύ 0 και 1, καλείται τριγωνικός. Τα διαστήματα $[s_r, r], [r, s_r]$ καλούνται στηρίγματα (supports) του ασαφούς αριθμού. Αν $c_l = c_r$ τότε έχουμε έναν ασαφή τριγωνικό συμμετρικό αριθμό της μορφής $A = (r, cc)$ με συνάρτηση συμμετοχής τότε έχουμε έναν ασαφή αριθμό της μορφής $A = (r, c)$ με συνάρτηση συμμετοχής $\mu_A(x) = L\left(\frac{x-r}{c}\right), c > 0$ όπου για την $A(x)$ ισχύει: i) $L(x) = L(-x)$, ii) $L(0) = 1$, iii) Η $L(x)$ είναι μία αυστηρώς φθίνουσα συνάρτηση στο διάστημα $[0, +\infty)$.

# Κλασσική Γραμμική Παλινδρόμηση

Σε πολλές περιπτώσεις θέλουμε να βρούμε τη σχέση μεταξύ δύο η περισσοτέρων μεταβλητών $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ και $Y$, όπου οι τιμές των μεταβλητών $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ είναι γνωστές πριν προκύψουν οι αντίστοιχες τιμές της άλλης «μελλοντικής» μεταβλητής $Y$. Η εύρεση της σχέσης που δίνει τη μέση τιμή της $Y$ ως συνάρτηση των $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ δηλαδή την $E(Y/(x_1, x_2, \dots, x_n)) = f(x)$ με τη βοήθεια ενός δείγματος αντίστοιχων τιμών των $Y$ και $(x_{1,}x_2, \dots, x_n)$ λέγεται Κλασσική Γραμμική Παλινδρόμηση. Για την περίπτωση που θέλουμε να συσχετίσουμε μία μεταβλητή $x$ η μέθοδος καλείται απλή γραμμική παλινδρόμηση και το πρόβλημα το οποίο λύνει είναι η εύρεση μιας γραμμικής συνάρτησης, δηλαδή μιας ευθείς που να ταιριάζει όσο γίνεται καλύτερα με τα ζεύγη των δειγμάτων τιμών $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Υποθέτουμε, επίσης, ότι για μια συγκεκριμένη τιμή του $x$ η τιμή της $Y$ θα διαφέρει από τη μέση τιμή $E(Y/\,x)$ κατά μία τυχαία μεταβλητή ε, που λέγεται τυχαία σφάλμα παλινδρόμησης, η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή $N(0, \sigma^2)$, οπότε σε ένα μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης οι τιμές της μεταβλητής $Y$ για δεδομένες τιμές $x$ της ανεξάρτητης μεταβλητής είναι της μορφής $Y = a + \beta x + \varepsilon$, όπου οι τιμές των «$a$» και «$\beta$» εκτιμώνται με τη βοήθεια ενός δείγματος τιμών $x_i$ και $Y_i$, των $x$ και $Y$. Για να βρούμε την ευθεία η οποία ταιριάζει καλύτερα στο συγκεκριμένο δείγμα αντίστοιχων τιμών $x$ και $y$, επιλέγουμε τα «$a$» και «$\beta$», έτσι ώστε το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων των αντίστοιχων σημείων από την ευθεία $y = ax + \beta$, να είναι ελάχιστο. Για το λόγο αυτό η μέθοδος εύρεσης της ευθείας αυτής λέγεται μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων και η ευθεία που προκύπτει λέγεται ευθεία ελαχίστων τετραγώνων. Η πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση αποτελεί επέκταση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και περιλαμβάνει τη συσχέτιση μιας εξαρτημένης μεταβλητής Y και n ανεξάρτητων μεταβλητών $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ από την οποία προκύπτει μια συνάρτηση της μορφής $Y = a + \beta_1 x + \beta_2 x + \cdots + \beta_n x + \varepsilon$.

# Ασαφής Γραμμική Παλινδρόμηση

Η Ασαφής Γραμμική Παλινδρόμηση (Fuzzy Linear Regression) είναι μια επέκταση της κλασσικής γραμμικής παλινδρόμησης, με τη διαφορά ότι στην Ασαφή Γραμμική Παλινδρόμηση δεν προσδιορίζονται πραγματικές σταθερές $(\alpha_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ αλλά ασαφείς αριθμοί $(A_0, A_1, A_2, \dots, A_n)$. Το πλεονέκτημα της χρήσης της Ασαφούς Γραμμικής Παλινδρόμησης σε σχέση με τη Κλασσική Γραμμική Παλινδρόμηση είναι ότι δεν χρειάζεται να υπάρχει γραμμική συσχέτιση των ανεξάρτητων μεταβλητών (independent variables) με την εξαρτημένη (dependent variable). Έστω μια συνάρτηση της μορφής $Y = f(X_{1,}X_2, \dots, X_n)$ όπου $Y$ η εξαρτημένη μεταβλητή και $X_i$ οι ανεξάρτητες μεταβλητές που επηρεάζουν τη μεταβλητή $Y$. Το αποτέλεσμα της Ασαφούς Γραμμικής Παλινδρόμησης θα είναι μια εξίσωση της μορφή: $Y = A_0 + A_1X_1 + A_2X_2 + \dots + A_nX_n$ όπου $A_i(i = 1, 2, \dots, n)$ είναι ασαφείς αριθμοί. Οι ασαφείς αριθμοί αυτοί είναι τριγωνικοί. Τοποθετούμε τα διαθέσιμα δεδομένα σε έναν πίνακα και θεωρούμε ένα σύστημα εξισώσεων της μορφής $Y_1 = A_0 + A_1x_{1j} + \dots + A_nx_{nj}, (j = 1,2, \dots, m)$, όπου $A(r_j, c_j)$ ασαφείς τριγωνικοί αριθμοί ως εξής

$$\begin{aligned} A_0 + A_1x_{11} + \dots + \ A_nx_{n1} &= \ Y_1 \\ &: \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ A_0 + A_1x_{1m} + \dots + A_nx_{nm} &= Y_m \end{aligned}$$

. Για την εφαρμογή της μεθόδου πρέπει να επιλεχθεί ένας συντελεστής $h$, όπου $0 \leq h < 1$, ό οποίος εκφράζει το βαθμό κατά τον οποίο τα διαθέσιμα δεδομένα θα περιλαμβάνονται στο εξαγόμενο αριθμό $Y$, έτσι ώστε να ισχύει : $\mu_{Y_j}(y_j) \geq h \ (j = 1,2, \dots, m)$. Ο προσδιορισμός των ασαφών αριθμών (fuzzy numbers) $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ έχει αποδειχτεί ότι ανάγεται σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού το οποίο επιλύεται με τη μέθοδο Simplex και έχει βέλτιστη λύση από την οποία προκύπτουν οι τιμές των συντελεστών $(r_i{}^h, c_i{}^h)$ της ασαφούς γραμμικής παλινδρόμησης.

# Εφαρμογή της Ασαφούς Γραμμικής Παλινδρόμησης

Στα δεδομένα που μας διατέθηκαν από την Τεχνομπετόν Α.Ε. εφαρμόζουμε της μέθοδο της ασαφούς γραμμικής παλινδρόμησης (fuzzy linear regression). Τα δεδομένα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

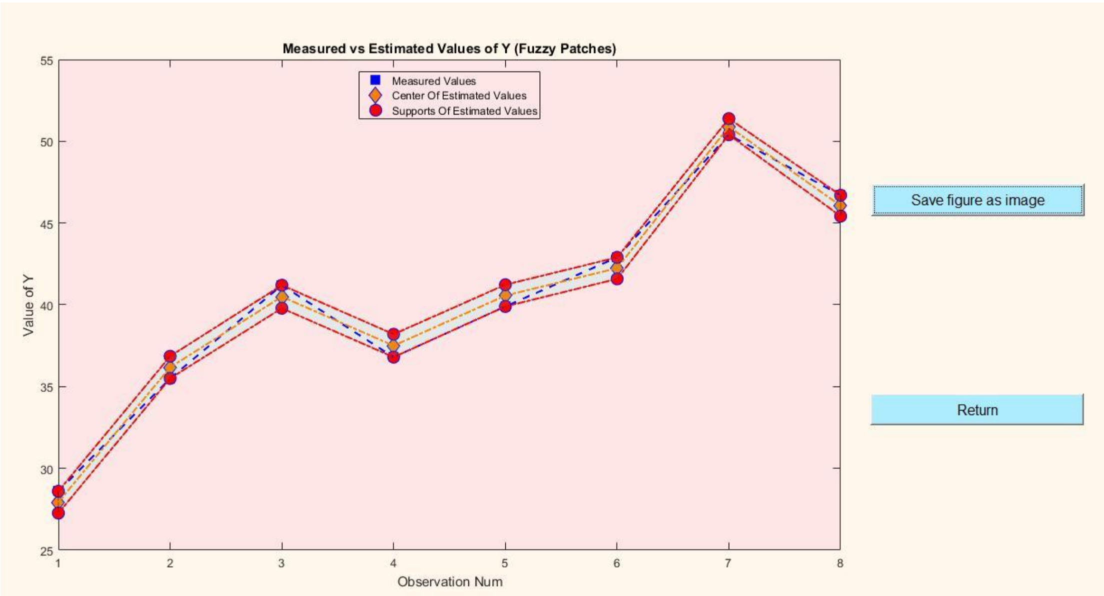
| Κατηγορια Σκυρ/τος | Κάθιση | Αμμος 0-4 Kgr/m3 | Ριζαα 4-8 Kgr/m3 | Γαρμπίλι 8-16 Kgr/m3 | Χαλίκι 16-28 Kgr/m3 | Τσιμέντο CEM IV/B (P-W)32,5N Kgr/m3 | Τσιμέντο CEM II/B-M (S-P-W)42,5N Kgr/m3 | Τσιμέντο CEM I 42,5 N Kgr/m3 | Νερο Kgr/m3 | Πρόσθετα | Αντοχές Μ.Ο. 7 Ημερών (Mpa) | Αντοχές Μ.Ο. 28 Ημερών (Mpa) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C16/20 | S3 | 1076 | 78 | 107 | 679 | 270 | | | 177 | Υπερρευστοποιητης 1,080 Kg | 18,9 | 28,6 |
| C16/20 | S3 | 1090 | 79 | 108 | 688 | 270 | | | 175 | Υπερρευστοποιητης 0,729 Kg | 26,9 | 35,5 |
| | | | | | | | | | | | | |
| C20/25 | S3 | 1134 | 59 | 129 | 653 | 270 | | | 160 | Υπερρευστοποιητης 1,890 Kg | 33,5 | 41,2 |
| C20/25 | S3 | 1128 | 59 | 128 | 650 | 270 | | | 163 | Υπερρευστοποιητης 2,160 Kg | 26,3 | 36,8 |
| | | | | | | | | | | | | |
| C25/30 | S3 | 1070 | 77 | 106 | 675 | 300 | | | 168 | Υπερρευστοποιητης 2,520 Kg | 28,3 | 39,9 |
| C25/30 | S3 | 1058 | 77 | 106 | 670 | 310 | | | 170 | Υπερρευστοποιητης 1,550 Kg | 34,4 | 42,9 |
| | | | | | | | | | | | | |
| C30/37 | φρεατοπασσαλος S4 | 794 | 105 | 210 | 629 | | 400 | | 209 | Υπερρευστοποιητης 2,400 Kg | 39,2 | 50,4 |
| C30/37 | S3 | 1030 | 75 | 105 | 649 | | 350 | | 180 | Υπερρευστοποιητης 2,100 Kg | 37,2 | 46,7 |

Πίνακας 1 : Σύνθεση Σκυροδέματος και Μέσος Όρος Αντοχών στις 28 ημέρες

Τα δεδομένα του Πίνακα 1 τοποθετούνται σε λογιστικό φύλλο του Microsoft Excel και στη συνέχεια το αρχείο αυτά εισάγεται στο πρόγραμμα «Crisp and Fuzzy Linear Regression Analysis». Το οποίο μας οδηγεί στην εξής συνάρτηση συσχέτισης:

| Variable | Estimate r | Estimate c | SE | tStat | pValue |
|---|---|---|---|---|---|
| Constant | -934,2997 | 1,1106E-11 | 456,625236 | -2,04609738 | 0,28940436 |
| x1 | -0,70703382 | 0,00062106 | 1,59944881 | -0,44204842 | 0,73502501 |
| x2 | -6,69179459 | 4,4764E-14 | 11,2759923 | -0,59345505 | 0,65903082 |
| x3 | 0,45363049 | 5,4017E-14 | 0,13861509 | 3,2725909 | 0,18879434 |
| x4 | 2,83705132 | 1,6597E-14 | 4,030005 | 0,70398208 | 0,60950157 |
| x5 | 0,62276267 | 1,4615E-14 | 0,18167772 | 3,42784275 | 0,18070532 |
| x6 | 0,57580551 | 3,29E-14 | 1,08432957 | 0,53102445 | 0,68922895 |

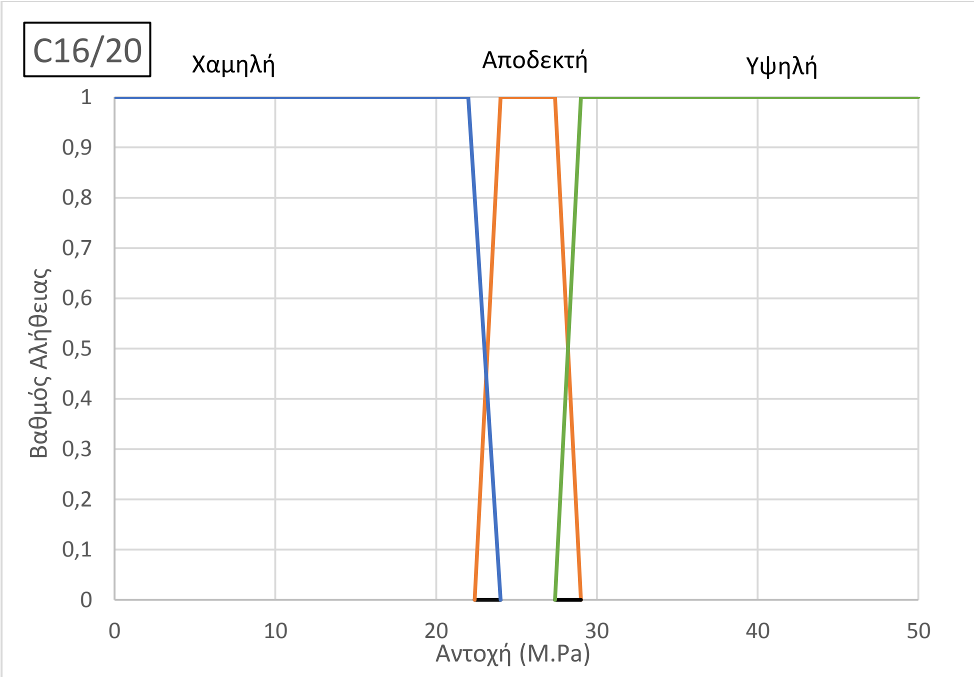
**Πίνακας 2**: Συνάρτηση συσχέτισης των ανεξάρτητων μεταβλητών με την εξαρτημένη



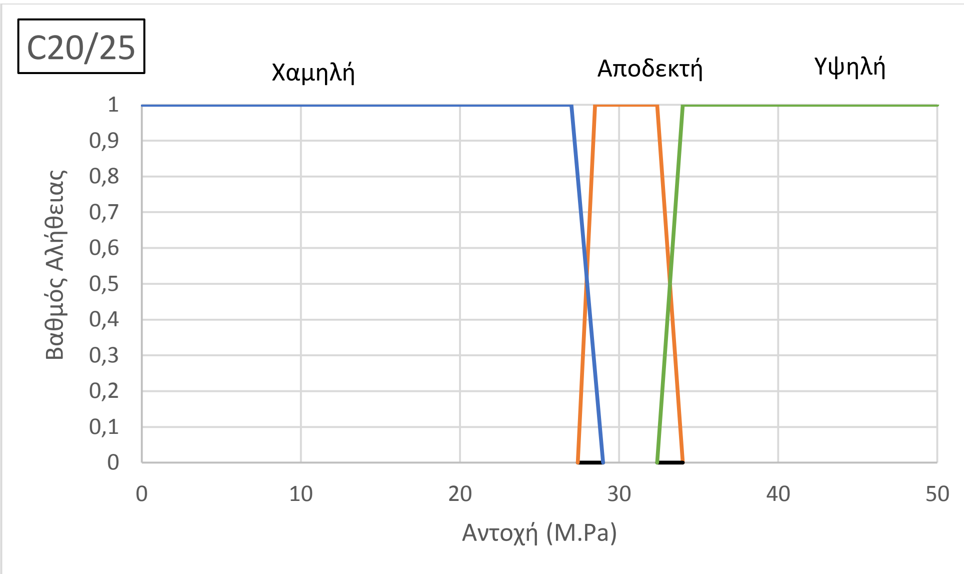

**Σχήμα 1:** Ασαφής Γραμμική Παλινδρόμηση

# Ασαφοποίηση -Κατασκευή Ασαφών Αριθμών

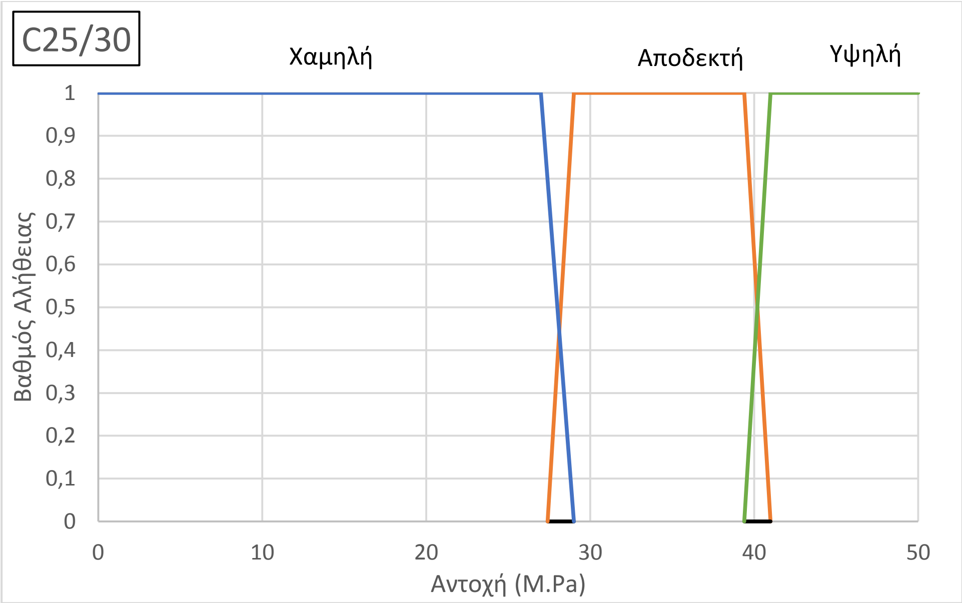
Με τη βοήθεια του Ελληνικού Κανονισμού Τεχνολογίας Σκυροδέματος του 2016 (Greek Concrete Technology Regulation of 2016) και τα δεδομένα της εταιρίας κατασκευάζουμε τραπεζοειδείς ασαφείς αριθμούς (trapezoid fuzzy numbers) για τις κατηγορίες σκυροδέματος C16/20, C20/25, C25/30, C30/37 οι οποίοι παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα :



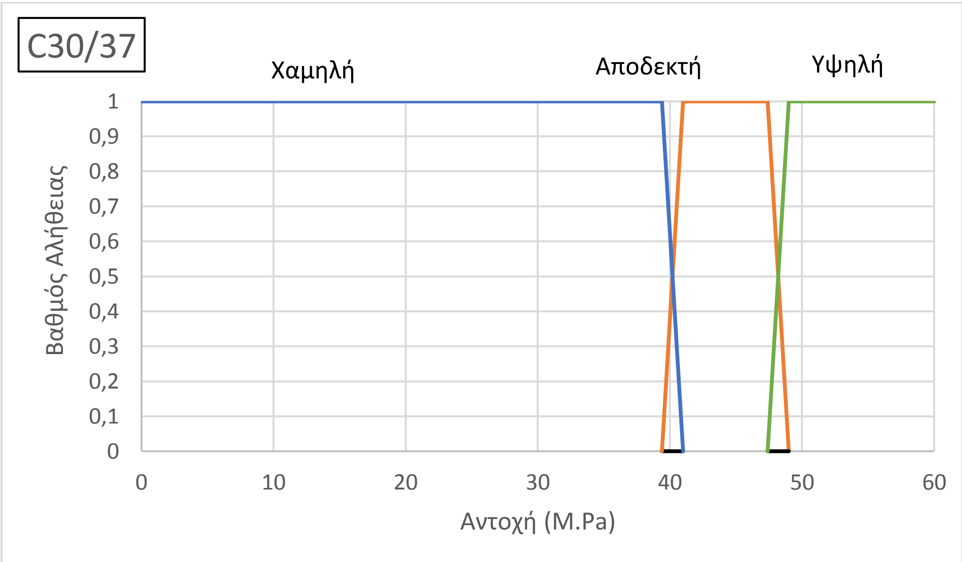

**Σχήμα 2** : Ασαφείς Αριθμοί – Λεκτικές Μεταβλητές για την κατηγορία C16/20 οι οποίες εκφράζουν το βαθμό αλήθειας ως προς την αντοχή του Σκυροδέματος.




**Σχήμα 3**: Ασαφείς Αριθμοί – Λεκτικές Μεταβλητές για την κατηγορία C20/25 οι οποίες εκφράζουν το βαθμό αλήθειας ως προς την αντοχή του Σκυροδέματος.




**Σχήμα 4**: Ασαφείς Αριθμοί – Λεκτικές Μεταβλητές για την κατηγορία C25/30 οι οποίες εκφράζουν το βαθμό αλήθειας ως προς την αντοχή του Σκυροδέματος




**Σχήμα 5**: Ασαφείς Αριθμοί – Λεκτικές Μεταβλητές για την κατηγορία C30/37 οι οποίες εκφράζουν το βαθμό αλήθειας ως προς την αντοχή του Σκυροδέματος

# Συμπεράσματα

Στον Ελληνικό Κανονισμό Τεχνολογίας Σκυροδέματος του 2016 (ΚΤΣ 2016 η θλιπτική αντοχή (compressive strength) του σκυροδέματος θεωρείται τυχαία μεταβλητή. Στην παρούσα εργασία-θεωρούμε τη θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος ως ασαφές σύνολο. Συγκεκριμένα, χωρίζουμε τη θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος σε τρείς γλωσσικές μεταβλητές ( χαμηλή, αποδεκτή, υψηλή αντοχή) οι οποίες είναι αρκετές για να ερμηνευτεί.

Βασικό πλεονέκτημα της ασαφούς γραμμικής παλινδρόμησης (Fuzzy Linear Regression) σε σχέση με το κλασσικό μοντέλο παλινδρόμησης είναι το γεγονός ότι δεν απαιτείται ο έλεγχος του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης "$r$". Στην περίπτωση της κλασσικής γραμμικής παλινδρόμησης, όταν ο συντελεστής "$r$" έχει τιμή κοντά στο μηδέν δεν μπορούμε να συνεχίσουμε την παλινδρόμηση. Στο ασαφές μοντέλο παλινδρόμησης δεν μας ενδιαφέρει ο συντελεστής "$r$". Ως αποτέλεσμα της ασαφούς γραμμικής παλινδρόμησης δεν έχουμε μια ευθεία αλλά μια περιοχή μεταξύ δυο γραμμών μέσα στην οποία μπορεί να υπάρχει μία καμπύλη, η οποία συσχετίζει τις ανεξάρτητες μεταβλητές $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ με την εξαρτημένη μεταβλητή $Y$, η οποία καμπύλη δεν είναι κατ' ανάγκη γραμμική.

# Βιβλιογραφία


- Ασαφή Σύνολα. Γιώργος Μποτζώρης, Βασίλης Παπαδόπουλος. "σοφία" Ανώνυμη Εκδοτική & Εμπορική Εταιρεία, ISBN: 978-960-6706-86-8
- Ασαφής λογική με εφαρμογές σε επιστήμες του μηχανικού, Τζιμόπουλος Χρήστος, Παπαδόπουλος Βασίλης, Ζήτη Πελαγία & Σια Ι.Κ.Ε, ISBN: 978-960-456-385-2
- Δομικά Υλικά. Αθανάσιος Χ. Τριανταφύλλου. ΓΚΟΤΣΗΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ & ΣΙΑ Ε.Ε 2013
- Κανονισμός Τεχνολογίας Σκυροδέματος 2016 (ΚΤΣ-2016)
- Κλασσική και Ασαφής Γραμμική Παλινδρόμηση: Θεωρία, Εφαρμογές και ανάπτυξη λογισμικού σε περιβάλλον MATLAB. Διπλωματική Εργασία, Μπογιατζής Αθανάσιος, Βασίλειος Παπαδόπουλος
- Πιθανότητες και Στατιστική για Μηχανικούς, Νίκος Μυλωνάς, Βασίλειος Παπαδόπουλος, ΕΚΔΟΣΕΙΣ Α. ΤΖΙΟΛΑ & ΥΙΟΙ Α.Ε., ISBN: 978-960-418-561-0
- Τεχνολογία του Σκυροδέματος. Χρίστος Μ. Οικονόμου. ΤΕΚΔΟΤΙΚΗ ΣΕΛΚΑ 4Μ, ISBN: 978-960-8257-18-4
- Concrete: Structure, Properties, and Materials, P. Kumar Mehta and Paulo J. M. Monteiro,McGraw-Hill Companies, Inc 2006, ISBN: 978-960-461-178-2
- COST AND LAND FUNCTIONS FOR WASTEWATER TREATMENT PROJECTS: TYPICAL SIMPLE LINER REGRESSION VERSUS FUZZY LINEAR REGRESSION,BASIL PAPADOPOULOS, KONSTANTINOS P TSAGARAKIS AND ANDREAS YANNOPOULOS ASCE (AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERING) JOURNAL OF ENVIRONMENTAL ENGINEERING, VOL. 133, NO. 6, JUNE 2007
- SIMILARITIES AND DISTANCES IN FUZZY REGRESSION MODELS B.K. PAPADOPOULOS AND MARINA A. SIRPI, SOFT COMPUTING, 8 556-561 (2004).

- SIMILARITIES IN FUZZY REGRESSION MODELS, B.K. PAPADOPOULOS AND MARINA A. SIRPI, JOURNAL OF OPTIMIZATION THEORY AND APPLICATIONS, VOL.102, NO.2, 373-383(1999).
- Tanaka, H., S. Uejima and K. Asai, 1982. Linear regression analysis with fuzzy model. IEEE Trans.Man. Cybernet, 12 (6): 903-907. http://dx.doi.org/10.1109/tsmc.1982.4308925.