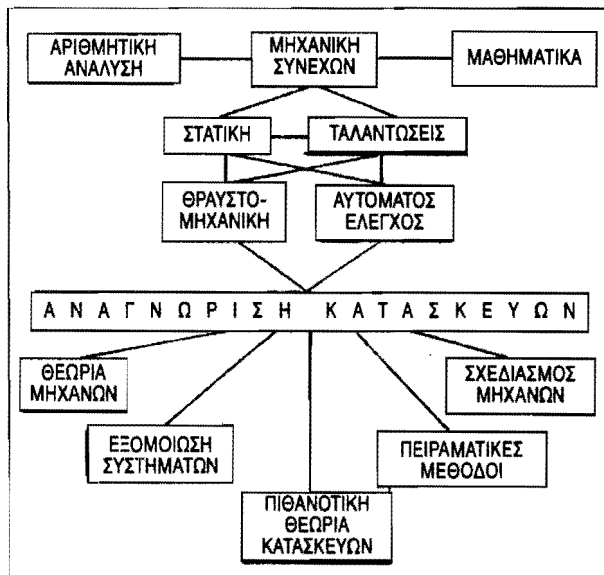


# Θέμα: Μη καταστροφικός έλεγχος μηχανολογικών συστημάτων και υλικών με μορφική ανάλυση.

Εισηγητής: Π. Ρίζος, ΜΜ.

## 1. Οριοθέτηση αναγνώρισης κατασκευών

Η αναγνώριση των κατασκευών συνδυάζεται και είναι συνέχεια των εφαρμοσμένων και θεωρητικών κλάδων των μαθηματικών και της μηχανικής. Έτσι, χονδρικά, μπορεί να σχεδιαστεί η οριοθέτηση της αναγνώρισης κατασκευών σε σχέση με τους παραπάνω κλάδους επιστημών, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



Σχήμα 1.

## 2. Ορισμός «αναγνώρισης συστημάτων»

Για ένα δοσμένο σύστημα, αλλά με άγνωστα χαρακτηριστικά, δημιουργώντας κατάλληλα μοντέλα για το σύστημα και εκτελώντας αριθμό πειραμάτων, υπολογίζονται οι παράμετροι της σύνθεσης.

Αυτή η διαδικασία λέγεται **αναγνώριση**. Λέγοντας είσοδο οποιαδήποτε διέγερση και έξοδο την απόκριση του συστήματος, υπάρχει πάντα μία συνάρτηση που συνδέει την είσοδο με την έξοδο και λέγεται δεκτι-

κότητα ή συνάρτηση μεταφοράς η οποία εξαρτάται από τις ιδιότητες του συστήματος  $M, C, K$ .

Για γραμμικά πολυβάθμια συστήματα αναγνώριση είναι ο προσδιορισμός της συνάρτησης μεταφοράς  $R$  με πειράματα, δίνοντας διεγέρσεις  $F_o(t)$  σαν είσοδο και μετρώντας τις αντίστοιχες αποκρίσεις  $x(t)$  σαν έξοδο, χρησιμοποιώντας τη σχέση:  $x(t) = R F_o e^{i\omega t}$

όπου  $R = (-\omega^2 M + i\omega C + K)^{-1}$ , μήτρα  $\eta^* \eta$ .

και  $M, C, K$  μήτρες  $\eta^* \eta$  για τη μάζα, την απόσβεση και τους συντελεστές επιρροής ελαστικότητας αντίστοιχα.

Πρακτικά, πρέπει να υπολογιστούν τα στοιχεία από αυτές τις μήτρες αντί για τη μήτρα  $R$  για δύο λόγους:

(α) Η μήτρα  $R$  δεν εκφράζεται άμεσα σε μηχανικές ποσότητες, έχοντας έτσι μικρή χρήση για το μηχανικό.

(β) Η μήτρα  $R$  είναι μια συνάρτηση του  $\omega$ , πράγμα πάλι λίγο χρήσιμο πρακτικά.

Το πρόβλημα χωρίζεται σε δύο περιπτώσεις, ανάλογα αν οι μήτρες  $M, C$ , και  $K$  είναι εξαρτημένες ή ανεξάρτητες από το  $\omega$ .

## 3. Αναγνώριση ρηγματωμένης αμφιέρεστης δοκού με spectrum και modal analysis

### 3.1. Ανάλυση με ιδιοσυχνότητες

Η παρουσία ρωγμών σε κατασκευαστικά μέλη σύνθετων κατασκευών, επιδρά στη δυναμική απόκριση αυτών. Αποτέλεσμα είναι να προκύπτουν προβλήματα αντοχής και αξιοπιστίας της κατασκευής.

Παρουσιάζεται η ελεύθερη ταλάντωση μιας αμφιέρεστης δοκού ορθογωνικής διατομής που φέρει ρωγμή βάθους  $a$  σε κάποια θέση  $L_1$ .

Παρουσιάζεται η σχέση των ιδιοτιμών του συστήματος και του βάθους της ρωγμής σε συνάρτηση με το λόγο του ύψους της διατομής προς το μήκος της δοκού. Το ίδιο έγινε και για την περίπτωση προβόλου.

Η λογική της μεθόδου συνίσταται στο ότι μια ομοιόμορφη ρωγμή μεταβάλλει την τοπική ελαστικότητα της περιοχής της. Η ρωγμή μοντελοποιήθηκε με στρεπτικό ελατήριο, υποθέτοντας γραμμικότητα της ρωγμής και ότι το σύστημα παρουσιάζει ελαστική συμπεριφορά, ενώ δεν υπάρχει πλαστική ζώνη. Δηλαδή μελετήθηκε το πρόβλημα της εντατικής κατάστασης μιας δοκού με πλευρική ρωγμή που καταπονείται σε κάμψη.

Έγινε, αναλυτικά, το διάγραμμα της αδιάστατης τοπικής δυσκαμψίας ( $K_T L/EI$ ) σε σχέση με το αδιάστατο βάθος της ρωγμής ( $a/h$ ) για διάφορες διαστάσεις της διατομής ( $h/L$ ). Επίσης, από τη δυναμική ανάλυση της ρηγματωμένης δοκού, έγιναν διαγράμματα της αδιάστατης τοπικής δυσκαμψίας της ρωγμής ( $K_T L/EI$ ) σε σχέση με τις τρεις πρώτες αδιάστατες ιδιοσυχνότητες του συστήματος ( $\omega'/\omega$ ) για διάφορες θέσεις της ρωγμής ( $L_r/L$ ).

Ο συνδυασμός αυτών των διαγραμμάτων δίνει νομογραφήματα πολύ χρήσιμα και ευκολόχρηστα, όπως αυτό που ακολουθεί.

Πρακτικά, μέτρηση του λόγου του συντονισμού της δοκού προς τη φυσική συχνότητα συντονισμού μπορεί να δώσει πληροφορίες για την ύπαρξη ρωγμής και ακόλουθα να κάνει δυνατή την εύρεση της θέσης αυτής και την εκτίμηση του βάθους της.

Για σύνθετες κατασκευές η προηγούμενη ανάλυση εφαρμόζεται σε απλές τοπικές κατασκευές με τις κατάλληλες παραδοχές για τις οριακές συνθήκες. Το βάθος της ρωγμής που μπορεί να ανιχνευτεί με αξιοπιστία είναι της τάξης του 10% του αρχικού ύψους της διατομής, πράγμα που είναι επαρκές πρακτικά για έγκαιρη πρόβλεψη ζημιάς στο κατασκευαστικό μέλος.

### 3.2. Ανάλυση με ιδιομορφές

Η απόκριση ενός συστήματος μπορεί να εκφραστεί με τη βοήθεια των κανονικών ιδιομορφών αυτού. Αν το φάσμα της διέγερσης δεν είναι πολύ ευρύ, τότε μόνο οι ιδιομορφές που σχετίζονται με φυσικές συχνότητες που είναι μέσα ή κοντά στο φάσμα διέγερσης θα έχουν αξιοσημείωτο εύρος και επομένως λίγες ιδιομορφές είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν για να πάρουμε μια απόκριση με ακρίβεια μηχανικού.

Στην ανάλυση χρησιμοποιήθηκε η θεωρία της απλής δοκού (simple-beam-theory), όπου η περιστροφή του στοιχείου είναι αμελητέα συγκρινόμενη με την κατακόρυφη μετατόπιση και η διατμητική παραμόρφωση είναι μικρή σε σχέση με την καμπτική.

Η θεωρία αυτή είναι επαρκής αν ο λόγος μεταξύ του μήκους της δοκού και του ύψους της είναι σχετικά μεγάλος ( $>10$ ) και η δοκός δεν γίνεται αρκετά "ρυτιδωμένη" (wrinkled) λόγω ευκαμψίας. Λόγω των περιορισμών της θεωρίας της απλής δοκού, οι υψηλότερες μορφές γίνονται αυξητικά ασθενέστερες.

Στη συνέχεια, για ελεύθερη ταλάντωση, αποδεικνύεται η ορθογωνικότητα των ιδιοσυναρτήσεων του συστήματος. Σε κάθε χαρακτηριστική τιμή (φυσική συχνότητα)  $\omega$ , του προβλήματος ιδιοτιμών, αντιστοιχεί

μια ιδιοσυνάρτηση ή φυσική μορφή  $Y_i(x)$ . Επειδή το πρόβλημα είναι ομογενές, η  $A_i Y_i(x)$  αντιπροσωπεύει την ίδια φυσική μορφή, όπου  $A_i$  αυθαίρετη σταθερά. Οι σταθερές  $A_i$ , δηλαδή τα εύρη των φυσικών μορφών, υπολογίζονται μοναδικά χρησιμοποιώντας τη διαδικασία κανονικοποίησης, όπου οι φυσικές μορφές γίνονται κανονικές μορφές. Στη συνέχεια με το γενικευμένο θεώρημα για τις ιδιοσυναρτήσεις, μπορούμε να βρούμε την απόκριση του συστήματος με modal analysis.

Μετά τη λύση του προβλήματος ιδιοτιμών έγινε γραφική παράσταση των τριών πρώτων ιδιομορφών του συστήματος, για δοκό χωρίς και με ρωγμή, όπως αυτά που ακολουθούν. Όπως αναμένεται, οι ιδιομορφές για ρηγματωμένη δοκό, παρουσιάζουν ασυνέχεια στη θέση της ρωγμής. Επίσης, όσο αυξάνεται η τιμή της αδιάστατης τοπικής δυσκαμψίας, στην περιοχή της ρωγμής, τόσο η αντίστοιχη ιδιομορφή πλησιάζει την ανάλογη της μη ρηγματωμένης δοκού, όπως άλλωστε ήταν και αναμενόμενο.

### 4. Ανίχνευση ρωγμών σε κατασκευές με ταλαντωτικές μεθόδους

Αναπτύχθηκε μια μη καταστροφική μέθοδος ελέγχου και διάγνωσης ρωγμών σε κατασκευές που αποτελούνται από δοκούς. Επίσης, χρησιμοποιώντας τα χαρακτηριστικά μιας ρηγματωμένης κατασκευής, αφού γίνει ένα ικανοποιητικό μοντέλο, έγινε αναγνώριση της θέσης και εκτίμηση του μεγέθους της ρωγμής.

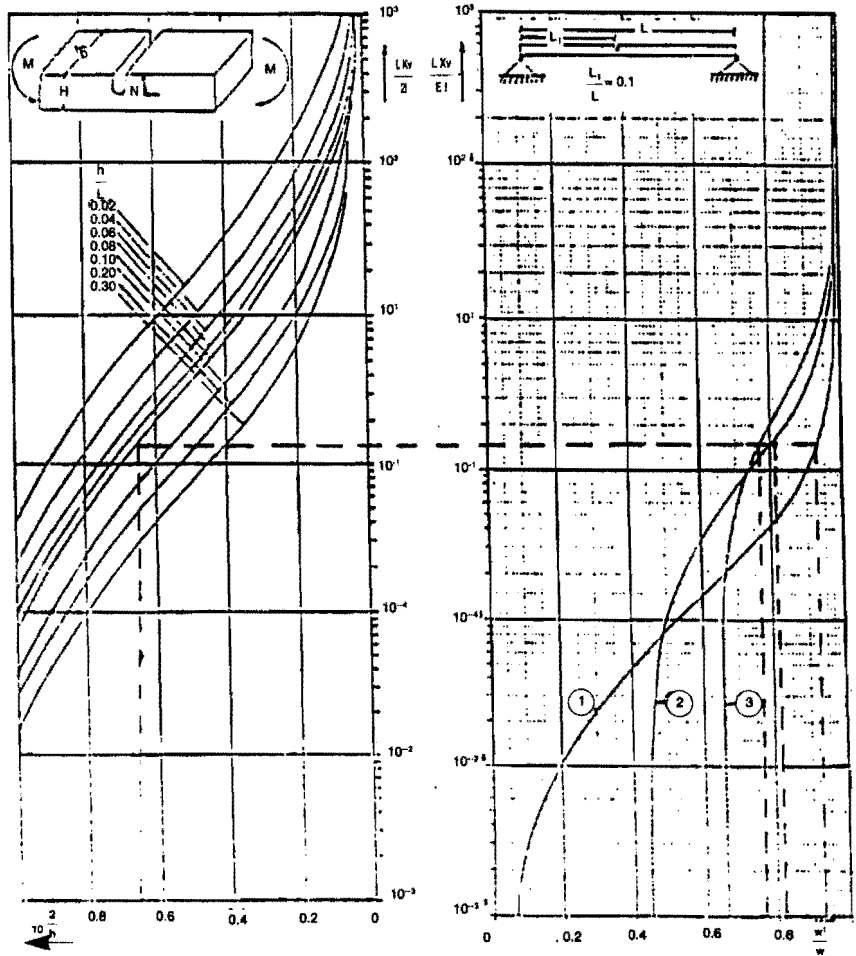
Στην εργασία αυτή, λύθηκε το πρόβλημα των εγκάρσιων ταλαντώσεων μίας δοκού, με διάφορες οριακές συνθήκες, θεωρώντας την περίπτωση όπου η ρωγμή έχει κεκλιμένο επιφανειακό προφίλ. Η τοπική ελαστικότητα που εμφανίζεται στη θέση της ρωγμής εκφράστηκε σαν συνάρτηση του βάθους αυτής.

Από τη λύση του προβλήματος των ιδιοτιμών της κατασκευής, βρέθηκε η θέση και το βάθος της ρωγμής με νομογραφήματα που δείχνουν τη μείωση των μετρούμενων ιδιοσυχνοτήτων, λόγω της παρουσίας ρωγμής, αναφορικά με τις ιδιοσυχνότητες της κατασκευής χωρίς να έχουν υποστεί βλάβη.

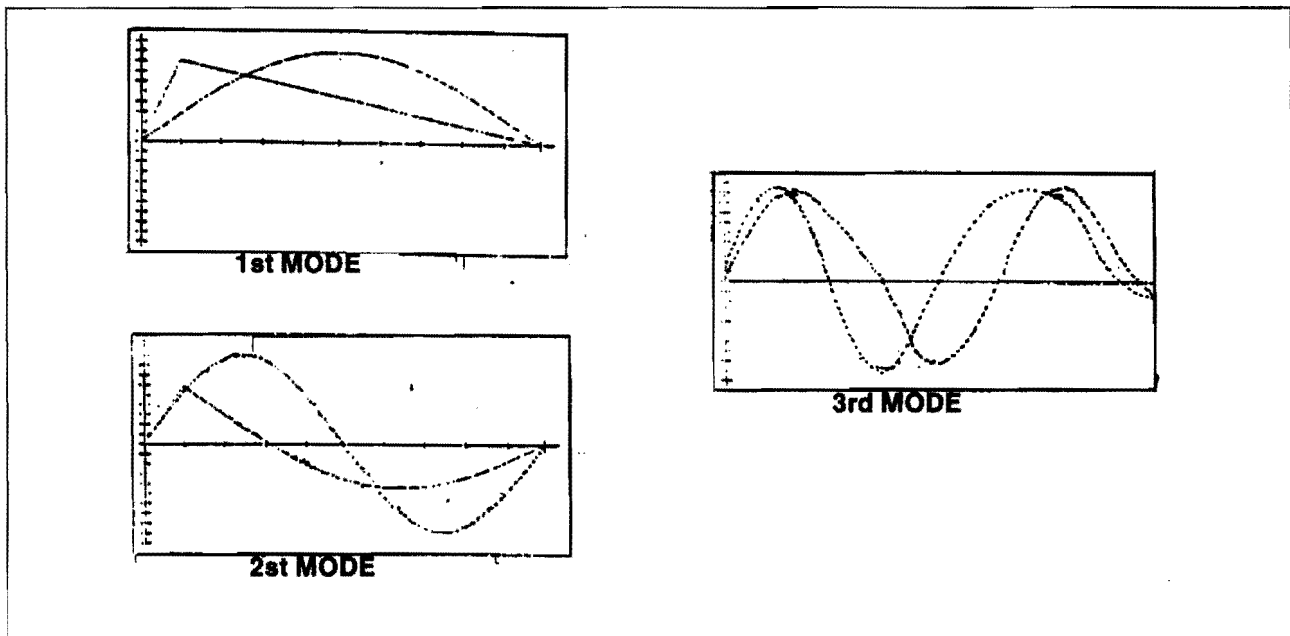
Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της **αναγνώρισης ρωγμών με μορφική ανάλυση**, είναι ότι αλλάζουν οι θέσεις των κόμβων, πράγμα που μπορεί να βρεθεί πειραματικά. Για μικρές κατασκευές, αυτή η ανάλυση γίνεται σε τράπεζα ταλαντώσεων και από τις μετρούμενες ιδιομορφές μπορεί να εκτιμηθεί η θέση της ρωγμής. Αυτή είναι μια μέθοδος αναγνώρισης με ικανοποιητική ακρίβεια, η οποία απαιτεί μετρήσεις "in service" από ειδικευμένο προσωπικό και κατάλληλο εξοπλισμό.

### 5. Δυναμική αναγνώριση μηχανολογικών συστημάτων

Η λέξη **αναγνώριση** αναφέρεται στη δυναμική των κατασκευών όσον αφορά τα τεστ που εκτελούνται με σκοπό τον υπολογισμό των συντελεστών των εξισώσεων Lagrange, οι οποίες περιγράφουν την απόκριση μιας κατασκευής. Επίσης στις διαδικασίες βελτιστο-

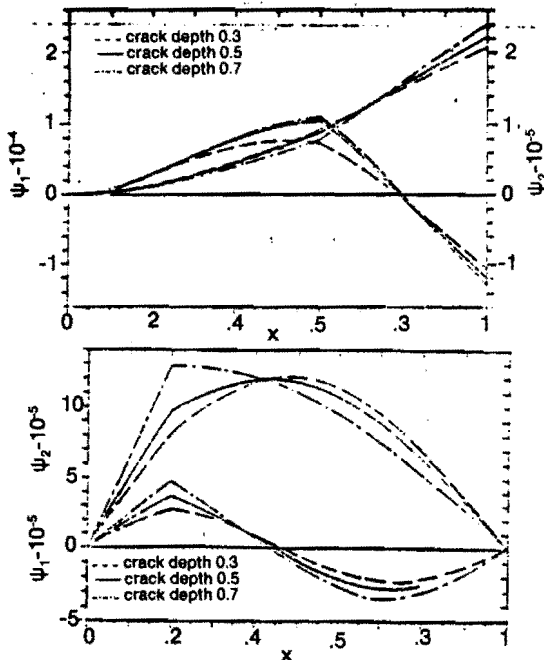


Νομογράφημα 1.



Γραφική παράσταση των τριών πρώτων ιδιομορφών αμφιέρεστης δοκού.

ποίησης, οι οποίες χρησιμοποιούν τα πειραματικά δεδομένα για να βελτιώσουν το θεωρητικό μοντέλο μιας κατασκευής (π.χ. μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων).



### Διαγράμματα ιδιομορφών προβόλου και αμφιέρεστης δοκού.

Έτσι μπορούμε να χωρίσουμε την παρουσίαση σε δύο μέρη:

#### 5.1. Μέθοδοι ελέγχου με ταλαντώσεις

Οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι βασικά χαρακτηριστικά που μπορούν να μετρηθούν άμεσα με δυναμική ανάλυση. Οι σύγχρονοι computers και ο εξοπλισμός, επιτρέπουν γρήγορο υπολογισμό αυτών των συναρτήσεων, από τεστ με τυχαία διέγερση, μέσω της φασματικής ανάλυσης της διέγερσης και της απόκρισης.

Οι συναρτήσεις μεταφοράς μπορούν να εκφραστούν με χωρισμό σε απλά κλάσματα των οποίων τα μέλη είναι τα χαρακτηριστικά των φυσικών μορφών της κατασκευής. Αυτή η διατύπωση χρησιμοποιείται για να δείξει ότι η απόκριση της κατασκευής σε μια αυθαίρετη διέγερση είναι συνδυασμός των φυσικών μορφών.

Αυτές οι μορφές σχετίζονται με τις κανονικές μορφές του συντηρητικού συστήματος με απλές σχέσεις όταν η απόσβεση της κατασκευής είναι μικρή, πράγμα συνηθισμένο στις περισσότερες περιπτώσεις.

Η παρουσία πρακτικών μεθόδων ελέγχου με ταλαντώσεις, καλύπτει:

- (i) Τον υπολογισμό των κανονικών μορφών του συντηρητικού συστήματος με τις κλασικές μεθόδους και με κατάλληλη διέγερση.
- (ii) Τον υπολογισμό των κανονικών μορφών με υπο-

λογισμούς, από τις αποκρίσεις για διάφορες ανεξάρτητες διεγέρσεις.

- (iii) Τον υπολογισμό της ανάπτυξης των συναρτήσεων μεταφοράς με φυσικές μορφές.

Οι δυσκολίες της εφαρμογής των μεθόδων που αναφέρθηκαν είναι:

- (i) Ιδιαίτερες δυσκολίες σε υψηλές συχνότητες, στην περίπτωση κανονικών μορφών υψηλής τάξης.
- (ii) Δυσκολίες που προκύπτουν από την παρουσία μη προσιτών βαθμών ελευθερίας.
- (iii) Δυσκολίες που οφείλονται στην παρουσία μικρής μη γραμμικότητας και ξηράς τριβής.

#### 5.2. Αναγνώριση των θεωρητικών μοντέλων

Ακολουθεί μια επισκόπηση των διαφόρων διαδικασιών υπολογισμού των παραμέτρων του συστήματος, από τα δεδομένα δυναμικών τεστ.

Όσον αφορά τη δυναμική ανάλυση, αναφερθήκαμε στο πρώτο μέρος για τις διάφορες μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται για να επιτευχθούν, όσο είναι δυνατόν, "καθαρά" modal αποκρίσεις.

Το θεωρητικό μοντέλο υποτίθεται, κατ' αρχήν, ότι είναι συντηρητικό και δεν υπάρχουν γυροσκοπικά φαινόμενα. Τέτοιο μοντέλο χαρακτηρίζεται από δυναμική και κινητική ενέργεια, συνήθως εκφρασμένες σε όρους μετατόπισης. Αυτή επίσης είναι και η περίπτωση υδροελαστικών ταλαντώσεων με προστιθέμενες μάζες. Υποθέτοντας ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος είναι σωστή, το πρόβλημα είναι να υπολογιστούν οι παράμετροι που μπαίνουν στη δυναμική ενέργεια π.χ. η μήτρα δυσκαμψίας στην ανάλυση κατασκευών με πεπερασμένα στοιχεία.

Εξετάζονται επίσης περιπτώσεις μη μετρήσιμων βαθμών ελευθερίας, πράγμα που είναι βασικός σκοπός στη διαδικασία αναγνώρισης. Το θεωρητικό διακριτό μοντέλο συνήθως περιέχει πολύ περισσότερους βαθμούς ελευθερίας από εκείνους που εξετάζονται στα δεδομένα των δυναμικών τεστ.

Αυτό το γεγονός, οδηγεί στην ιδέα τοπικής και συνολικής αναγνώρισης παραμέτρων του συστήματος. Η συνολική αναγνώριση οδηγεί στην ιδέα χωρισμού σε επιμέρους κατασκευές και η τοπική άποψη οδηγεί σε πιο τοπικές παραμέτρους, όπως αυτές που αναφέρονται στους νόμους του υλικού.

Όλες αυτές οι μέθοδοι αναλύονται θεωρητικά και υπολογιστικά, καθώς και τα προβλήματα: οργάνων μέτρησης, ακρίβειας, χρόνου υπολογισμού κ.ά.

#### 6. Αναγνώριση των παραμέτρων συστήματος με πολλούς βαθμούς ελευθερίας

Εδώ εξετάζεται η αναγνώριση των παραμέτρων, ταλαντούμενων συστημάτων με πολλούς βαθμούς ελευθερίας, από τα δεδομένα απόκρισης συχνότητας. Το πρόβλημα περιορίζεται σε μοντέλα διακριτά, μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα σε σειρά, στη μορφή

προβόλου.

Κύρια βήματα στη διαδικασία αναγνώρισης είναι:

- (i) ο ακριβής προσδιορισμός των συντελεστών της ημιτονοειδούς συνάρτησης μεταφοράς και
- (ii) ο υπολογισμός των παραμέτρων του μηχανολογικού συστήματος από αυτούς τους συντελεστές.

Στις περιπτώσεις όπου δεν υφίσταται κάποιο βασικό λάθος στη μοντελοποίηση, οι μόνες πιθανές πηγές λάθους είναι στα δεδομένα για αναγνώριση ή λάθη μετρήσεων στα πειραματικά δεδομένα. Αν δεν δεσπόζουν λάθη μοντελοποίησης και τα σημεία της απόκρισης συχνότητας είναι πολύ κοντά, σε ένα πολιτικό διάγραμμα (ή Bode form), με αμελητέο λάθος μεταξύ τους, τότε η συνολική αναγνώριση είναι ακριβής. Παραδείγματα με δύο, τρεις και τέσσερις βαθμούς ελευθερίας αντίστοιχα, με ακριβή εξομίωση για την απόκριση συχνότητας, υποστηρίζουν και αποδεικνύουν αυτή την επιτυχία.

Αρχικά, η αναγνώριση των συντελεστών της συνάρτησης μεταφοράς με τα πολυώνυμα του αριθμητή και του παρονομαστή, γίνεται με την προσέγγιση των δεδομένων με πολυώνυμα.

Για αποκρίσεις που επεκτείνονται περισσότερο από μία δεκάδα, ακολουθείται μια άλλη μεθοδολογία. Υποτίθεται ένα λάθος και για τον υπολογισμό των συντελεστών, ακολουθείται μία επαναληπτική μέθοδος που συγκλίνει γρήγορα σε πολλές περιπτώσεις. Διαφορετικά, μία δοσμένη ανοχή περιορίζει τη διαδικασία, έτσι ώστε οι συντελεστές να υπολογίζονται με αρκετή ακρίβεια. Ανάλογα, οι συντελεστές της συνάρτησης μεταφοράς, ορίζονται πάλι με τέτοιο τρόπο που να είναι γενικός (double subscript notation), ώστε να εφαρμόζεται και στη γενική περίπτωση ενός συστήματος με η-βαθμούς ελευθερίας.

Δίνονται διαγράμματα ροής σε υπολογιστή για εξομίωση των συναρτήσεων μεταφοράς μέσω των δεδομένων απόκρισης συχνότητας.

Αφού υπολογιστούν οι συντελεστές της συνάρτησης μεταφοράς, γίνεται αναγνώριση των παραμέτρων του συστήματος με τη διαδικασία που ειδικά αναπτύχθηκε για τα διακριτά fixed-free συστήματα.

Σημειώτεον ότι οι συντελεστές του αριθμητή ενός η-βαθμών ελευθερίας συστήματος δίνουν πληροφορίες για τους συντελεστές του παρονομαστή ενός βοηθητικού η-1 βαθμών ελευθερίας συστήματος.

Αυτή η σχέση των συντελεστών, όταν επεκταθεί μέχρι το βασικό βοηθητικό σύστημα ενός βαθμού ελευθερίας, θα προσδιορίζει όλες τις παραμέτρους που συνεπάγονται. Υπάρχει μόνο μία αμοιβαία σχέση του συστήματος, του βοηθητικού συστήματος και των παραμέτρων, που μπορεί να δώσει πλήρεις πληροφορίες από τους συντελεστές για τις παραμέτρους.

Απ' ευθείας επίλυση, ακόμη και μη γραμμικών εξισώσεων για την εύρεση των παραμέτρων είναι αρκετά κοπιαστική και τελικά χωρίς ουσιαστικό όφελος. Αναπτύσσεται ένα διάγραμμα ροής σε υπολογιστή για υπολογισμό των παραμέτρων του συστήματος από

τους συντελεστές. Αυτή η διαδικασία που χρησιμοποιεί μια υπορουτίνα "polyroot" μαζί με άλλες ρουτίνες, υπολογίζει ικανοποιητικά τις παραμέτρους  $M_i, C_i, K_i$ , όπου  $i=3, 4, \dots$  η. Όλα τα λάθη που εμφανίζονται στην "polyroot" έχουν συσσωρευτική επίδραση στις τελικές παραμέτρους, δηλαδή  $M_2, C_2, K_2$  και  $M_1, C_1, K_1$ .

Οι αποκρίσεις συστημάτων των οποίων έγινε εξομίωση με αυτό τον τρόπο ανταποκρίνονται στα "ιδεατά πειράματα χωρίς λάθη μοντελοποίησης" και μπορούν να είναι οι καλύτερες πηγές λήψης δεδομένων για διαδικασίες ελέγχου αναγνώρισης.

Η γενική διαδικασία εύρεσης των παραμέτρων η-βαθμών ελευθερίας συστημάτων από την απόκριση, μπορεί να εξετασθεί πειραματικά.

Μεταβάλλοντας τα όρια των σφαλμάτων μοντελοποίησης σε αυτά τα παραδείγματα αναγνώρισης, φαίνεται ότι οι προτεινόμενες μεθοδολογίες μπορούν να εφαρμοστούν ικανοποιητικά για αναγνώριση σε διακριτά, γραμμικά, πολλών βαθμών ελευθερίας συστήματα.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι αν τα σφάλματα της αρχικής μοντελοποίησης, των πειραμάτων και των υπολογισμών ελαχιστοποιηθούν, τότε οι μεθοδολογίες που παρουσιάστηκαν οδηγούν σε ικανοποιητικά ακριβή υπολογισμό των συναρτήσεων μεταφοράς και αναγνώριση των παραμέτρων του συστήματος.

## 7. Ευαισθησία των ιδιοτιμών και ιδιομορφών της τροποποιημένης κατασκευής

### 7.1. Ανάλυση του προβλήματος

Για περιπτώσεις απλών κατασκευαστικών στοιχείων ή και σύνθετων κατασκευών, γίνεται αναγνώριση της μεταβολής της μήτρας μάζας και της μήτρας στιβαρότητας ειδικότερα, γνωρίζοντας τη λύση (ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα) του αρχικού προβλήματος και τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του τροποποιημένου, λόγω εμφάνισης ατελειών αλλαγής οριακών συνθηκών, κ.ά.

### 7.2. Ευαισθησία των ιδιοδιανυσμάτων στην αλλαγή της μήτρας δυσκαμψίας

Η εξίσωση  $M\chi + K\chi = 0$ , δίνει τη λύση του προβλήματος των ιδιοτιμών, στη μορφή  $K\lambda_i = \lambda_i M\chi_i$ , όπου  $\lambda_i = \omega_i^2$  και  $\chi_i$  το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα.

Θεωρώντας τη μεταβολή του ιδιοδιανύσματος  $\chi_i$  σαν

$$\delta\chi_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \chi_j, \quad i \neq j, \quad \text{βρίσκουμε τους συντελεστές:}$$

$$a_{ij} = \frac{\chi_i^T \delta K \chi_j}{(\lambda_i - \lambda_j) \chi_i^T M \chi_j}, \quad i \neq j \quad \text{και} \quad a_{ii} = 0, \quad i=j$$

$$\text{δηλαδή} \quad \delta\chi_i = \sum_{j=1}^n \frac{\chi_j^T \delta K \chi_j}{(\lambda_i - \lambda_j) \chi_j^T M \chi_j} \chi_j, \quad i \neq j$$

Αν έχουμε γνωστή, από μετρήσεις, την τροποποιημένη μήτρα  $\Phi + \Delta\Phi$  των ιδιομορφών του συστήματος, τότε η μεταβολή της μήτρας δυσκαμψίας  $K$ , είναι:

$$\Delta K = A^{-1} \Delta \Phi [\Phi^T \Phi]^{-1}, \text{ όπου } A = \left[ \frac{X_j^T}{(\lambda_i - \lambda_j) x_j^T M x_i} \right] \text{ η spectral matrix}$$

Για σύστημα με η βαθμούς ελευθερίας, γίνεται η εύρεση των τριών πρώτων ιδιοτιμών και ιδιομορφών και κατόπιν για το ίδιο σύστημα, το οποίο έχει μια μεταβολή στη μήτρα δυσκαμψίας, (π.χ. λόγω ύπαρξης κάποιων ρωγμών), γίνεται προσπάθεια να εντοπιστεί η θέση και να εκτιμηθεί το βάθος της ρωγμής, βάσει των πειραματικών δεδομένων των ιδιοτιμών και ιδιομορφών του συστήματος και της ανάλυσης που προηγήθηκε.

Για την περίπτωση προβόλου, ο συνδυασμός του πειραματικού μέρους και της ανάλυσης, έδωσε την ακρίβεια της προτεινόμενης μεθόδου, σε πείραμα που έγινε και τα αποτελέσματά του θα παρουσιαστούν.

## 8. Περιγραφή της μεθόδου

Για να περιγραφεί η δυναμική συμπεριφορά μιας μηχανολογικής κατασκευής, απαιτείται ο υπολογισμός τριών modal παραμέτρων για κάθε μορφή ταλάντωσης: α) συχνότητα, β) απόσβεση και γ) ιδιομορφή ταλάντωσης.

Μέχρι πρόσφατα, οι δύο χρησιμοποιούμενες μέθοδοι για ανάλυση κατασκευών οδηγούσαν στη λύση του αναλυτικού μοντέλου. Η μέθοδος των συγκεντρωμένων παραμέτρων (Lumped Parameter Method), θεωρεί στοιχεία μάζας, απόσβεσης και ελατηρίου, ενώ η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method), θεωρεί την κατασκευή σαν σύνολο μικρών στοιχείων με μάζα και ελαστικότητα.

Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι ότι μπορούν να εφαρμοστούν αναλυτικά πριν γίνει η κατασκευή, ώστε να αποφεύγονται φαινόμενα όπως συντονισμός, θόρυβος, προβλήματα κόπωσης κ.ά. με κατασκευαστικές αλλαγές στο στάδιο του σχεδιασμού, αλλά και να δίνουν τα χαρακτηριστικά της κατασκευής όταν χρησιμοποιούνται μαζί με κάποια μέθοδο αναγνώρισης κατασκευών, στη περίπτωση όπου είναι άγνωστες οι παράμετροί της.

Αυτή όμως η λειτουργία απαιτεί πολύ χρόνο, είναι σύνθετη και χρειάζονται κατάλληλα προγράμματα για χρήση σε computer.

Επιπλέον, απαιτείται μεγάλη πείρα και εξειδίκευση από μέρους του μηχανικού. Με την πείρα που αποκτήθηκε τα τελευταία χρόνια, προτείνεται σαν πιο αποτελεσματική, από άποψη κόστους, μέθοδος βελτιστοποίησης των δυναμικών χαρακτηριστικών μιας κατασκευής, η δημιουργία ενός πρωτότυπου βασισμένου στις γνώσεις και στην εμπειρία του μηχανικού και κατόπιν ο έλεγχος και η εξακρίβωση των δυναμικών χαρακτηριστικών του. Αυτός ο έλεγχος πιστοποιεί περιοχές προβλημάτων όπου υπάρχουν επικίνδυνα επίπεδα ταλαντώσεων ή κόπωσης ή θορύβου.

### 8.1. Πειραματική ανάλυση κατασκευών

Για τον πειραματικό έλεγχο κατασκευών, απαιτείται ένας αριθμός απαραίτητων και προαιρετικών οργάνων

καθώς και να ακολουθηθεί μία διαδικασία που να εξασφαλίζει τα παρακάτω:

#### Διέγερση

Είναι μία μετρούμενη είσοδος δύναμης στην κατασκευή, η οποία τη θέτει σε ταλαντωτική κίνηση. Για διέγερση χρησιμοποιείται μία τράπεζα ταλαντώσεων ή μία κρουστική σφύρα. Το χρονικό σήμα εισόδου μετράται τυπικά με transducer δύναμης.

#### Απόκριση

Το αποτέλεσμα της ταλάντωσης της κατασκευής μετράται με ένα ή περισσότερα επιταχυνσιόμετρα.

#### Μετρήσεις

Οι μετρήσεις χρησιμοποιούνται σε πρόγραμμα modal analysis που έχει αναπτυχθεί σε υπολογιστή, για την εύρεση των μητρών μάζας και ελαστικότητας της κατασκευής. Επίσης οδηγούνται σε αναλυτή συχνότητας για FFT ανάλυση, όπου μετασχηματίζει τα χρονικά σήματα της διέγερσης και της απόκρισης σε spectra συχνότητας και υπολογίζει το λόγο αυτών των δύο συναρτήσεων. Αυτός ο λόγος καλείται συνάρτηση απόκρισης συχνότητας (FRF) και είναι ιδιότητα του γραμμικού συστήματος και δεν εξαρτάται από το είδος της συνάρτησης διέγερσης. Η διέγερση μπορεί να είναι αρμονική, τυχαία ή χρονικά μεταβαλλόμενη συνάρτηση. Τα αποτελέσματα των test που έγιναν με οποιαδήποτε από τις παραπάνω διεγέρσεις, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογιστεί η απόκριση του συστήματος σε κάποια άλλη διέγερση.

#### Ανάλυση ιδιομορφών

Τα δεδομένα των μετρήσεων επεξεργάζονται ώστε να δώσουν τις παραμέτρους της ελεγχόμενης κατασκευής. Οι παράμετροι δε, είναι: 0

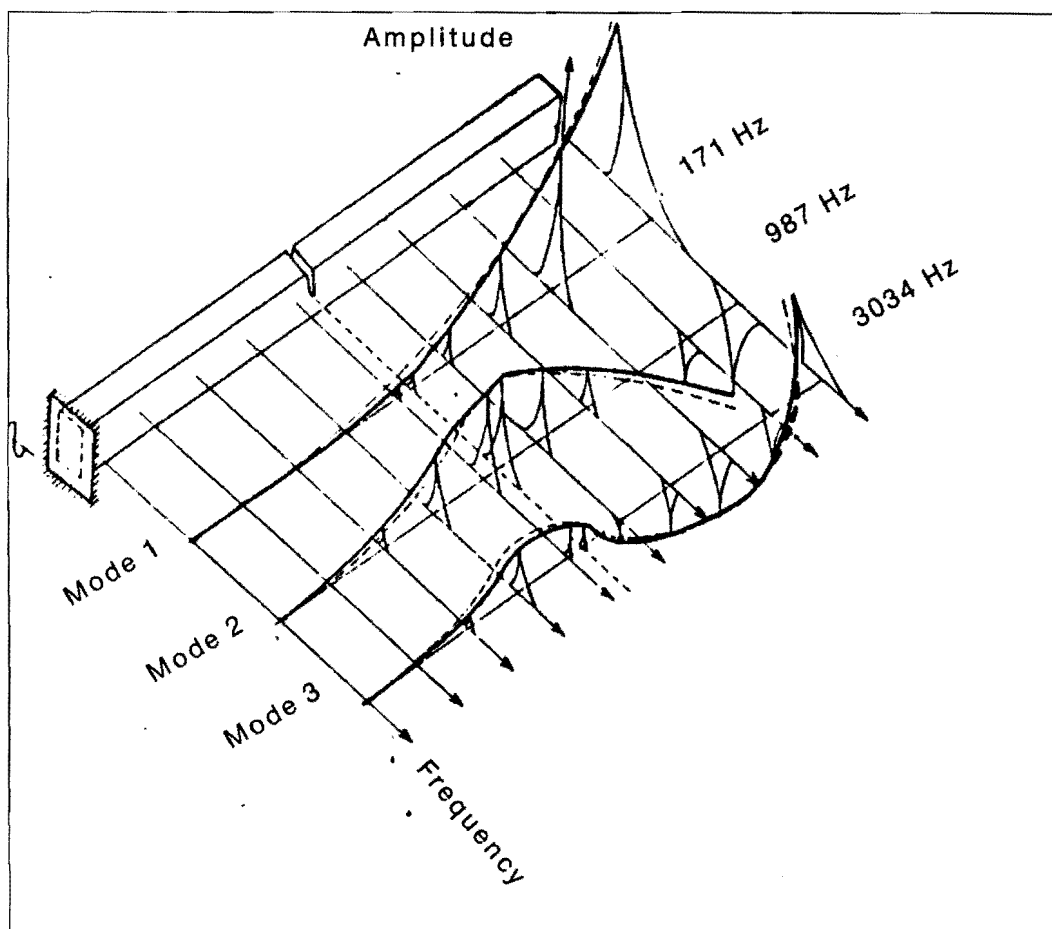
Οι συχνότητες (modal frequencies) συντονισμού ή φυσικές συχνότητες της κατασκευής, η απόσβεση (modal damping) που είναι η μέτρηση της "αιχμηρότητας" του συντονισμού σε διάφορες συχνότητες και το σχήμα των ιδιομορφών (mode shapes). Με αυτές τις παραμέτρους κατασκευάζεται το μοντέλο της κατασκευής.

#### Γραφική αποτύπωση και animation

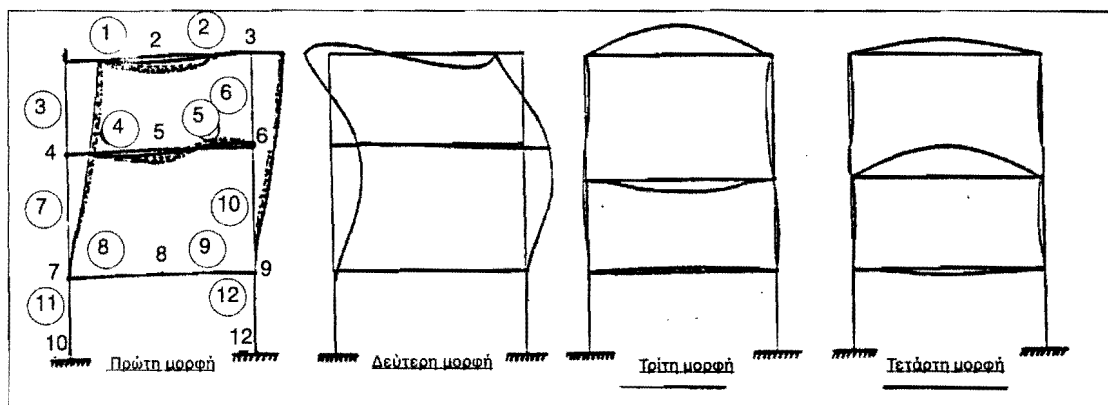
Υπάρχει η δυνατότητα τρισδιάστατης απεικόνισης της κατασκευής σε διάφορες ιδιομορφές σε οθόνη υπολογιστή ή και σε printer/plotter. Το μοντέλο μπορεί να απεικονιστεί σε διάφορες θέσεις στατικής παραμόρφωσης ή σε αργή κίνηση (animated). Αυτές οι πληροφορίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν βάση για κατασκευαστικές τροποποιήσεις (modifications), όπως αλλαγή ανεπιθύμητων ιδιοσυχνοτήτων και μεταβολή ιδιομορφών.

#### Τροποποίηση ή/και εξομοίωση της κατασκευής

Γνωρίζοντας τα δυναμικά χαρακτηριστικά μιας κατασκευής, είναι δυνατόν να γίνουν πειράματα για πιθανές αλλαγές στην κατασκευή, χωρίς να χρειάζεται να γίνουν αλλαγές στο φυσικό μοντέλο όταν πλέον θα έχει κατασκευαστεί. Αυτά τα πειράματα ("what if" experiments), βοηθούν στην κατανόηση του πώς θα



Τρεις πρώτες ιδιομορφές προβόλου δοκού χωρίς ρωγμή, με ρωγμή.



Ιδιομορφές τριωρόφου μεταλλικού πλαισίου (με και χωρίς ρωγμή και με μάζα).

συμπεριφερθεί δυναμικά η κατασκευή όταν γίνουν κάποιες τροποποιήσεις στην ελαστικότητα, στην απόσβεση ή στη μάζα της. Στο τροποποιημένο μοντέλο μπορούν να ασκηθούν εξωτερικά φορτία με εξομοίωση ώστε να ελεγχθεί η απόκρισή του σε μια ποικιλία πιθανών καταστάσεων οι οποίες μπορεί να συμβούν στην πραγματική λειτουργία της κατασκευής.

## 8.2. Μέθοδοι διέγερσης της κατασκευής

### Κρουστική σφύρα

Η κατασκευή διεγείρεται με κρουστική σφύρα σε μια σειρά προκαθορισμένων σημείων και με την αλλαγή της βάσης της σφύρας από πλαστικό σε ατσάλι ή σε νάυλον δίνεται η δυνατότητα να μεταβληθεί η συχνότητα διέγερσης.

### Ταλαντωτική τράπεζα

Με τους ηλεκτροδυναμικούς διεγέρτες ταλάντωσης δίνεται η δυνατότητα επίτευξης διαφόρων τύπων διέγερσης, όπως περιοδική, τυχαία κ.ά.

## 8.3. Λήψη δεδομένων απόκρισης της κατασκευής

### Επιταχυνσιόμετρα

Η δυναμική απόκριση μιας κατασκευής που έχει διεγερθεί, μετράται με ένα ή περισσότερα επιταχυνσιόμετρα τοποθετημένα στην κατασκευή αφού έχει γίνει επιλογή τους με βάση τα παρακάτω χαρακτηριστικά: μάζα της κατασκευής, ευαισθησία στην απόκριση του συστήματος και τέλος το εύρος της συχνότητας.

### Ενισχυτές σήματος

Μεταφέρουν το σήμα από τα επιταχυνσιόμετρα στον αναλυτή, καθώς και δίνουν τη δυνατότητα ολοκλήρωσης του σήματος, ώστε να βρεθούν η ταχύτητα ή η μετατόπιση.

## 8.4. Επεξεργασία των δεδομένων

Ενώ η **FFT ανάλυση** δίνει τα χαρακτηριστικά μιας κατασκευής στη μορφή συναρτήσεων απόκρισης συχνότητας που μετρώνται σε ένα ή μεταξύ δύο γνωστών σημείων μιας κατασκευής, με τη **modal ανάλυση**, γίνεται το δυναμικό μοντέλο της κατασκευής, κάνοντας έναν αριθμό μετρήσεων στο σήμα εισόδου - εξόδου μεταξύ πολλών διαφορετικών σημείων. Αυτή η ανάλυση απαιτεί ορισμένες προϋποθέσεις να πληρούνται και να υπάρχει ο κατάλληλος εξοπλισμός. Στο διάγραμμα που ακολουθεί, φαίνεται το απαραίτητο software που απαιτείται για να γίνει πλήρης κατασκευαστική ανάλυση.

Το πρόγραμμα MODAL ANALYSIS, επεξεργάζεται τα δεδομένα από την FFT ανάλυση, υπολογίζει τις παραμέτρους: συχνότητα, απόσβεση και ιδιομορφές.

Το πρόγραμμα STRUCTURAL DYNAMIS MODIFICATION, εξετάζει την επίδραση των κατασκευαστικών αλλαγών της μάζας, ελαστικότητας και απόσβεσης, στις ιδιομορφές της κατασκευής.

Το πρόγραμμα FORCED RESPONSE SIMULATION, ε-

κτιμά την απόκριση της κατασκευής για ορισμένες συναρτήσεις διέγερσης.

## 8.5. Μορφική ανάλυση-υπολογισμός παραμέτρων

Ανάλογα με τα δεδομένα των μετρήσεων γίνεται προσέγγιση καμπύλης, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο SDOF (Single Degree of Freedom) για ελαφρά συζευγμένες μορφές, ή τη μέθοδο MDOF (Many Degrees of Freedom) για ισχυρά συζευγμένες μορφές.

Πιο κάτω παρατίθεται το διάγραμμα ροής MODAL ANALYSIS

### 1. Αρχή

- Εκλογή τύπου διέγερσης
- Σημείωση σημείων για έλεγχο
- Εγκατάσταση κατασκευής
- Τοποθέτηση επιταχυνσιόμετρων 0 και αναλυτή FFT
- Καλιμπράρισμα του συστήματος μετρήσεων
- Λήψη δοκιμαστικών μετρήσεων

### 2. Λήψη μετρήσεων 0

- Μέτρηση της συνάρτησης απόκρισης συχνότητας για όλα τα σημεία που θα ελεγχθούν

### 3. Υπολογισμός παραμέτρων

- Αναγνώριση των ιδιοσυχνοτήτων κάθε μορφής
- Προσέγγιση των δεδομένων με την κατάλληλη καμπύλη, που δίνουν οι μέθοδοι SDOF ή/και MDOF

### 4. Γεωμετρικό μοντέλο 0

- Ορισμός των συντεταγμένων της κατασκευής και των περιορισμών
- Ορισμός της σειράς εμφάνισης

### 5. Ταξινόμηση των modal δεδομένων 0

- Ταξινόμηση των δεδομένων προσέγγισης με καμπύλη
- Ιδιομορφές υπό κλίμακα

### 6. Σχεδιασμός των ιδιομορφών

- Στατικές ιδιομορφές
- Animated ιδιομορφές

### 7. Τύπωση αποτελεσμάτων

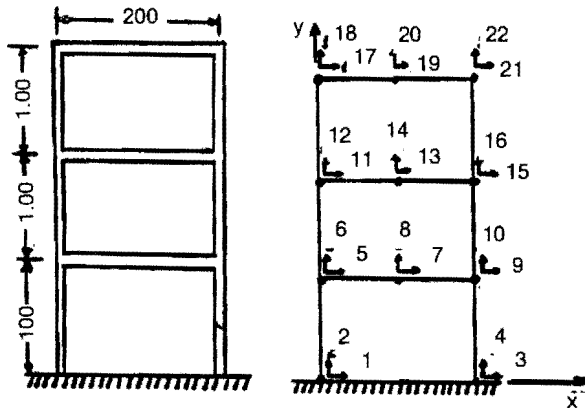
- Τύπωση απαραίτητων δεδομένων
- Τύπωση απαραίτητων ιδιομορφών

## 9. Πειραματική μέθοδος αναγνώρισης ρηγματωμένου προβόλου

Βρίσκεται αναλυτικά η μήτρα μάζας και ελαστικότητας για τη συγκεκριμένη περίπτωση, θεωρώντας ότι είναι σύστημα δέκα συγκεντρωμένων μαζών και κατόπιν προσδιορίστηκαν πειραματικά οι τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές αυτού. Αφού κανονικοποιήθηκαν οι ιδιομορφές με διαίρεση ως προς την πυκνότητα μάζας και τη μέγιστη τιμή του εύρους τους, έγινε η γραφική τους παράσταση, που ακολουθεί.

Στη συνέχεια, για την περίπτωση που ο πρόβολος έχει μια ρωγμή σχετικού βάθους  $a/h=0.4$  στη θέση





$L1/L=0.6$ , με ανάλογο τρόπο όπως πιο πάνω, έγινε το αντίστοιχο διάγραμμα. Κατόπιν προσδιορίστηκε η μήτρα ελαστικότητας  $K^* K^* = \Phi^{*T} \text{diag}(\lambda^{*2}) \Phi^{*-1}$

και υπολογίστηκε η μεταβολή της  $\Delta K^*$  σαν 0

$$\Delta K^* = (\Phi^{*T})^{-1} \text{diag}(\lambda^{*2}) \Phi^{*-1} - K^*$$

όπου  $K^*$  η μήτρα ελαστικότητας της ρηγματωμένης δοκού,  $\lambda^*$  οι ιδιοτιμές της και  $\Phi^*$  η μήτρα των κανονικοποιημένων ιδιοδιανυσμάτων. Η μήτρα μάζας θεωρείται ότι δεν μεταβάλλεται.

Από τα διαγράμματα των ιδιομορφών, εντοπίζεται η θέση της βλάβης που εδώ εμφανίζεται σαν ρωγμή, λόγω της ασυνέχειας που παρουσιάζεται στην εκάστοτε ιδιομορφή και προσδιορίζεται το μέγεθός της από τη μεταβολή της μήτρας ελαστικότητας  $\Delta K^*$ .

Στη συνέχεια ευρίσκονται η θέση και το μέγεθος της βλάβης (ρωγμής), από τη μετατόπιση των κόμβων και από τη μεταβολή της κλίσης των ιδιομορφών αντίστοιχα.

Επίσης ελέγχεται η αποτελεσματικότητα της σύγκρισης του μέγιστου εύρους κάθε ιδιομορφής με τη θέση και το μέγεθος της ρωγμής, σε συνδυασμό με το coupling ταλαντώσεων σε κάμψη και εφελκυσμό, όπου στη μεν κάμψη οι ιδιομορφές παρουσιάζουν ασυνέχεια (μεταβολή στην κλίση), στο δε εφελκυσμό εμφανίζεται peak.

Αυτό που χρειάζεται, στη συνέχεια, είναι να γίνει ελαχιστοποίηση του απαιτούμενου αριθμού μετρήσεων για την εύρεση των ιδιομορφών του συστήματος και εύρεση των βέλτιστων θέσεων τοποθέτησης των επιταχυνσιομέτρων.

Δηλαδή αφορά τις βέλτιστες θέσεις μετρήσεων, χρησιμοποιώντας τον ελάχιστο αριθμό δεκτών και στον ελάχιστο χρόνο μέτρησης.

Για το σκοπό αυτό βρίσκεται το σχετικό σφάλμα της μέγιστης τιμής του εύρους της κάθε ιδιομορφής (πειραματικό-αναλυτικό) μεταβάλλοντας τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας και των πεπερασμένων στοιχείων και ελέγχεται το μικρότερο ποσοστό σφάλματος με τον ελάχιστο αριθμό στοιχείων.

Τέλος, εξετάζεται η ευαισθησία των ιδιομορφών  $\Phi^*$ , στη μεταβολή των μητρών μάζας  $M$  και ελαστικότητας  $K$ .

## 10. Πειραματική μέθοδος αναγνώρισης τροποποιημένου μεταλλικού πλαισίου

Για ένα μεταλλικό τριώροφο πλαίσιο, έγινε το μοντέλο του και υπολογίστηκαν οι ιδιοτιμές και ιδιομορφές αυτού. Στη συνέχεια μετρήθηκαν πειραματικά και μετά τη δημιουργία ρωγμής σε κάποιο σημείο και την πρόσθεση συγκεντρωμένης μάζας σε κάποιο άλλο σημείο, μετρήθηκαν οι νέες ιδιοτιμές και ιδιομορφές της κατασκευής και από τη μεταβολή των ιδιομορφών, υπολογίστηκε η θέση και το βάθος της ρωγμής καθώς και η μάζα που προσετέθη.

Αυτή η διαδικασία επαναλήφθηκε για διάφορες θέσεις όπου δημιουργήθηκε ρωγμή και για διάφορες θέσεις όπου τοποθετήθηκε η μάζα.

Σε όλα αυτά τα πειράματα, υπολογίστηκαν αναλυτικά, με αλγόριθμο που αναπτύχθηκε και με μέγιστο σφάλμα της τάξης του 12%, η εκάστοτε θέση και μέγεθος της δημιουργηθείσας ρωγμής και προστεθείσας μάζας.

## Βιβλιογραφία

1. Dimarogonas, Andrew, D., Vibration Engineering, West Publ. Co., St. Paul, U.S.A., 1976.
2. Anifantis, N., Aspragathos, N., Dimarogonas, A., Diagnosis of cracks due to earthquakes by vibration response analysis, presented at IMECO, Sochi, U.S.S.R., 1983.
3. Anifantis, N., Rizos, P. Dimarogonas, A., Crack Identification on Beam Structures by Vibration Techniques, ASME, V-62, Design Tech. Conf., Boston, Sept., 27-30, 1987.
4. Sielski, M., Gawronski, W., Kozlowski, J., Identification of mass, damping and stiffness matrices from resonance test data, presented at Euromech 131, Besancon, 1980.
5. Jezequel L. modal synthesis from substructures test data, presented at Euromech 131, Besancon 1980.
6. Dimarogonas, A.D., Paipetis, S.A., Rotor Dynamics, Applied Science Publishers, London, 1983.
7. Meirovitch, Leonard, Analytical Methods in Vibrations, The Macmillan Co, N.Y., 1980.
8. Spiegel, M., R., Mathematical Handbook, Mc Graw-Hill, Inc. N.Y., 1976.
9. Kozanek, J., Modal identification of non-conservative systems presented at Euromech 131, Besancon, 1980.
10. Courant, R., Hilbert, D., Application of the calculus of variations to the eigenvalue problems.
11. Graupe, D., Identification of Systems, Robert E. Krieger, Publ., Co., Inc. U.S.A., 1975.
12. Ewins, D., I., Modal Testing, John Wiley & Sons Inc., 1984.
13. Ρίζος, Φ. Πέτρος, Α. Δ. Δημαρόγκωνας, Βέλτιστες θέσεις Τοποθέτησης Διεγερτών και Μέτρησης της Απόκρισης Μηχανολογικών Συστημάτων για την Μορφική Αναγνώριση αυτών, Β' Συνέδριο ΕΕΘΕΜ, 1989, Αθήνα.
14. Rizos, F. P., Aspragathos, N., Dimarogonas, A., Identification of Crack Location and Magnitude in

- a Cantilever Beam from the Vibration Modes, Journal of Sound and Vibration, 138, 3, pg 381-388, 1990.
15. Ρίζος Φ. Πέτρος, Μη Καταστροφικός Έλεγχος Ρωγμών σε Κατασκευές με Φασματική Ανάλυση Ταλαντώσεων, Β' Συνέδριο ΣΜΑ, 7-10 Οκτ., Αθήνα, 1990.
  16. Ρίζος Φ. Πέτρος, Μέθοδος Αναγνώρισης Μηχανολογικών Συστημάτων από Πειραματικές Μετρήσεις, Β' Συνέδριο ΣΜΑ, 7-10 Οκτ., Αθήνα, 1990.
  17. Ρίζος Φ. Πέτρος, Βέλτιστες θέσεις Μέτρησης της Απόκρισης σε Μηχανολογικά Συστήματα, που είναι Συνεχή, για την Αναγνώριση αυτών από τις Ιδιομορφές Ταλάντωσης, Β' Συνέδριο ΣΜΑ, 7-10 Οκτ., Αθήνα, 1990.
  18. Ρίζος Φ. Πέτρος, Αναγνώριση των Μητρών Μάζας και Ελαστικότητας Μεταλλικών Πλαισίων από

Πειραματικά Μετρούμενες Ιδιομορφές Ταλάντωσης, Α' Συνέδριο ΕΕΘΕΜ, 6-7 Ιουνίου, Αθήνα, 1991.

**Πρόεδρος:** Ευχαριστούμε πολύ τον κύριο Ρίζο για την εισήγησή του και θα ήθελα να σας ενημερώσω για το υπόλοιπο του προγράμματος. Τώρα θα γίνει ένα πολύ μικρό διάλειμμα, για να περάσουμε στην τρίτη συνεδρία που θα αφορά στα εργαστήρια μη καταστροφικών ελέγχων που υπάρχουν στην Ελλάδα και το έργο το οποίο προσφέρουν.

Θα τελειώσουμε λίγο νωρίτερα από το προβλεπόμενο, γιατί μετά θα προσφερθεί από το Τεχνικό Επιμελητήριο μπουφές προς όλους τους καλεσμένους. Ευχαριστώ πολύ.

## Δ ι ά λ ε ι μ μ α