

Κατασκευή της Καμπύλης Αντιστάθμισης Χρόνου-Κόστους σε Δίκτυα Δραστηριοτήτων με έναν Υβριδικό Αλγόριθμο

Κ. Π. ΑΝΑΓΝΩΣΤΟΠΟΥΛΟΣ
Αναπληρωτής Καθηγητής Δ.Π.Θ.

Α. ΚΩΤΣΙΚΑΣ
Πολιτικός Μηχανικός, Υποψήφιος Διδάκτορας

Περίληψη

Δεδομένου ότι η διάρκεια μιας δραστηριότητας μπορεί να μειωθεί διαθέτοντας περισσότερους πόρους για την πραγματοποίησή της, άρα αυξάνοντας το άμεσο κόστος της, κατά τον χρονοπρογραμματισμό ενός έργου ανακύπτει συχνά ανάγκη της επιλογής των κατάλληλων πόρων για την εκτέλεση των δραστηριοτήτων του έργου. Στην εργασία προτείνεται ένας υβριδικός αλγόριθμος για την κατασκευή της καμπύλης αντιστάθμισης χρόνου-κόστους, σε έργα με διακριτούς συνδυασμούς χρόνου-κόστους στις δραστηριότητες. Ο αλγόριθμος αποτελείται από έναν γενετικό αλγόριθμο, ο οποίος υβριδοποιείται με την ενσωμάτωση ενός ευρετικού αλγορίθμου, με σκοπό να βελτιωθεί η απόδοσή του. Διενεργείται επίσης εκτενής υπολογιστική ανάλυση του αλγορίθμου.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι τεχνικές χρονοπρογραμματισμού των έργων αποσκοπούν στην αποτελεσματική διαχείριση του χρόνου ολοκλήρωσης και του συνολικού του κόστους του έργου. Επειδή η διάρκεια μιας δραστηριότητας μπορεί να μειωθεί διαθέτοντας περισσότερους πόρους για την πραγματοποίησή της, ανακύπτει ανάγκη επιλογής των κατάλληλων πόρων για την εκτέλεση των δραστηριοτήτων του έργου. Οι επιλογές αυτές θα προσδιορίσουν εντέλει τη διάρκεια και το κόστος του έργου. Κατά κανόνα, περισσότεροι πόροι μειώνουν μεν τη διάρκεια μιας δραστηριότητας, αλλά αυξάνουν το άμεσο κόστος της. Επομένως, πρέπει να ληφθούν αποφάσεις ώστε να αντισταθμιστεί η συνολική διάρκεια και το συνολικό κόστος του έργου, να λυθεί ένα «πρόβλημα αντιστάθμισης χρόνου-κόστους» [7, 18]. Είναι πιθανόν επίσης το ζήτημα της αντιστάθμισης να ανακύψει κατά τη διάρκεια της υλοποίησης, αν υπάρξουν καθυστερήσεις, οπότε είναι απαραίτητη η συμπίεση της διάρκειας δραστηριοτήτων προκειμένου να τηρηθούν οι προθεσμίες.

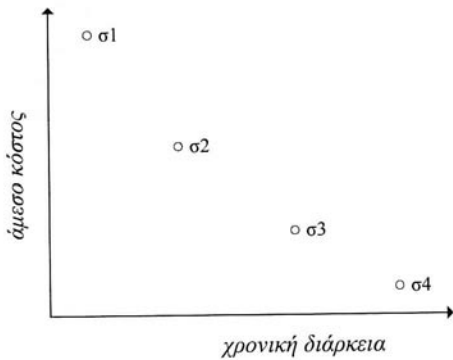
Η σημασία της αντιστάθμισης χρόνου-κόστους έχει αναγνωριστεί εδώ και πέντε δεκαετίες, σχεδόν ταυτόχρονα με την ανάπτυξη των τεχνικών χρονοπρογραμματισμού των έργων, και αντιμετωπίστηκε στην περίπτωση γραμμικών συναρτήσε-

ων χρόνου-κόστους με γραμμικό προγραμματισμό [9, 10].

Υπάρχουν δύο βασικοί λόγοι για τους οποίους η διακριτή μορφή του προβλήματος έχει ιδιαίτερη σημασία. Πρώτον, οι διακριτοί συνδυασμοί χρόνου-κόστους συναντώνται πιο συχνά στην πράξη και, δεύτερον, η διακριτοποίηση του προβλήματος επιτρέπει τη μοντελοποίηση οποιασδήποτε σχέσης χρόνου-κόστους. Για την επίλυση μοντέλων αντιστάθμισης χρόνου-κόστους με διακριτούς συνδυασμούς χρόνου-κόστους έχουν προταθεί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης [3, 14]. Ωστόσο, το πρόβλημα της αντιστάθμισης με διακριτούς συνδυασμούς χρόνου-κόστους έχει αποδειχθεί ότι είναι NP-hard και ως εκ τούτου οι τεχνικές βελτιστοποίησης είναι αναποτελεσματικές για προβλήματα σχετικά μεγάλων διαστάσεων [5]. Προτάθηκαν επίσης ευρετικοί αλγόριθμοι, οι περισσότεροι από τους οποίους εφαρμόστηκαν σε προβλήματα με γραμμικές σχέσεις χρόνου-κόστους για τις δραστηριότητες του έργου [βλ. 5, 11, 12]. Οι γενετικοί αλγόριθμοι, οι οποίοι έχουν αποδειχθεί αποτελεσματικές τεχνικές βελτιστοποίησης [17], έχουν επίσης εφαρμοστεί για την επίλυση της αντιστάθμισης χρόνου-κόστους. Στο [12] παρουσιάζεται ένας γενετικός αλγόριθμος με τον οποίο επιδιώκεται να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος του έργου για γραμμική σχέση χρόνου-κόστους στις δραστηριότητες και για προκαθορισμένη διάρκεια του έργου. Στο [8] επιδιώκεται να προσδιοριστεί η καμπύλη του άμεσου κόστους του έργου προσδιορίζοντας το μη κυριαρχούμενο (nondominated) σύνολο ή κατά Pareto μέτωπο (Pareto front) και στο [19] προτείνεται ένας πολυσκοπικός εξελικτικός (multi-objective evolutionary) αλγόριθμος. Σε καμία από τις προαναφερθείσες εργασίες, δεν παρέχονται στοιχεία για την υπολογιστική συμπεριφορά των αλγορίθμων.

Στην εργασία προτείνεται ένας υβριδικός αλγόριθμος για την κατασκευή της καμπύλης αντιστάθμισης χρόνου-κόστους, σε έργα με διακριτούς συνδυασμούς χρόνου-κόστους στις δραστηριότητες. Ο αλγόριθμος αποτελείται από έναν γενετικό αλγόριθμο, ο οποίος υβριδοποιείται ενσωματώνοντας έναν ευρετικό αλγόριθμο [2]. Η υβριδοποίηση μεταευρετικών τεχνικών συνιστάται για τη βελτίωση της απόδοσής τους [1]. Για την κατασκευή της καμπύλης χρησιμοποιείται

η προσέγγιση του κυρτού κελύφους που προτάθηκε στο [8].



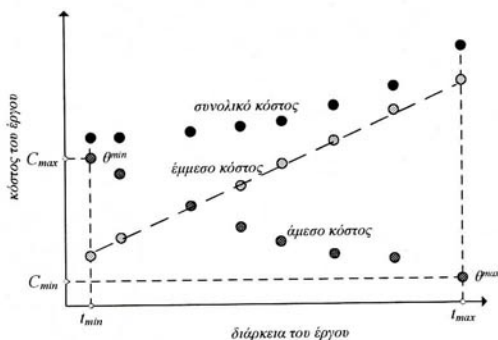
Σχήμα 1: Διακριτοί συνδυασμοί χρόνου-κόστους μιας δραστηριότητας.

Figure 1: Discrete time-cost combinations of an activity.

2. ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΟΝΟΥ-ΚΟΣΤΟΥΣ

Έστω $G = (N, A)$ το δίκτυο AoN (activity-on-node, δραστηριότητες στους κόμβους) ενός έργου, όπου N το σύνολο των n δραστηριοτήτων και A το σύνολο των m τόξων (προτεραιοτήτων). Στο δίκτυο προστίθενται οι δύο πλασματικές δραστηριότητες θ και $n+1$, που αντιστοιχούν στην αρχή και το πέρας του έργου.

Συμβολίζουμε με $K(i)$ το σύνολο όλων των εφικτών διακριτών συνδυασμών χρόνου-κόστους $(d(i,k), c(i,k))$ με τους οποίους μπορεί να εκτελεστεί η δραστηριότητα i , όπου $d(i,k)$ είναι η διάρκεια και $c(i,k)$ είναι το (άμεσο) κόστος της δραστηριότητας i , όταν πραγματοποιείται με τον συνδυασμό k . Έστω k' και k'' δύο εφικτοί συνδυασμοί χρόνου-κόστους για τη δραστηριότητα i : αν $d(i, k') < d(i, k'')$ συνεπάγεται $c(i, k'') > c(i, k')$. Το Σχήμα 1 απεικονίζει μια δραστηριότητα που μπορεί να εκτελεστεί μόνο με έναν από τους τέσσερις διακριτούς τρόπους $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$. Ο συνδυασμός $\sigma_1(\sigma_4)$ έχει το μέγιστο (ελάχιστο) κόστος και την ελάχιστη (μέγιστη) διάρκεια (Σχ. 2).



Σχήμα 2: Η καμπύλη του άμεσου, έμμεσου και συνολικού κόστους και οι λύσεις θ^{min} και θ^{max} .

Figure 2: The direct, indirect and total cost curves, and the solutions θ^{min} and θ^{max} .

Μια εφικτή λύση (ή δίκτυο) θ είναι το δίκτυο G , το οποίο έχει μια επιτρεπόμενη διάρκεια $d(i,k)$ σε κάθε δραστηριότητά του, συνεπώς παράγει ένα συγκεκριμένο χρονοπρόγραμμα. Το σύνολο όλων των εφικτών λύσεων συμβολίζεται με Θ . Το δίκτυο έχει συνολική διάρκεια d_θ ίση με τη μακρύτερη διαδρομή από τον κόμβο θ στον $n+1$ και συνολικό κόστος c_θ :

$$c_\theta = \sum_{i \in N} c(i,k)$$

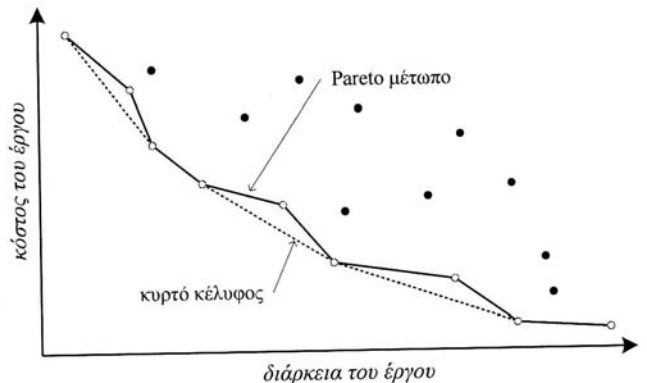
Προκειμένου να αποφύγουμε την εισαγωγή δυαδικών μεταβλητών, στην ανωτέρω σχέση θεωρούμε ότι το k αντιστοιχεί στον συνδυασμό χρόνου-κόστους που έχει επιλεγεί για τη δραστηριότητα i .

Το δίκτυο θ^{max} , με τη μέγιστη διάρκεια $d(i,k)$ επιλεγμένη για όλες τις δραστηριότητες, έχει το ελάχιστο συνολικό άμεσο κόστος c^{min} και τη μέγιστη συνολική διάρκεια d^{max} (Σχ. 2). Από την άλλη, το δίκτυο θ^{min} , με την ελάχιστη διάρκεια $d(i,k)$ επιλεγμένη για όλες τις δραστηριότητες, έχει το μέγιστο συνολικό άμεσο κόστος c^{max} και την ελάχιστη συνολική διάρκεια του έργου d^{min} (Σχ. 4.2). Το θ^{max} και το θ^{min} είναι οι δύο ακραίες περιπτώσεις.

Το προς επίλυση πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{cases} \min c_\theta = \sum_{i \in N} c(i,k) \\ \min d_\theta \\ \text{υπό τον περιορισμό} \\ \theta \in \Theta \end{cases}$$

Ζητείται να βρεθεί ένα εφικτό δίκτυο θ , ούτως ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό άμεσο κόστος του έργου και συγχρόνως η χρονική διάρκεια του έργου. Η κατασκευή της καμπύλης χρόνου-κόστους του έργου είναι ένα πρόβλημα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις και συνεπώς κατατάσσεται στα προβλήματα της πολυσκοπικής βελτιστοποίησης.



Σχήμα 3: Το Pareto μέτωπο και το κυρτό κέλυφος.

Figure 3: The Pareto front and the convex hull.

Δεν υπάρχει λύση η οποία να βελτιστοποιεί συγχρόνως και τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις. Ως εκ τούτου επιδιώκεται να βρεθεί το σύνολο των μη κυριαρχούμενων λύσε-

ων του συνόλου Θ . Μια λύση $\theta 1$ είναι μη κυριαρχούμενη, όταν δεν υπάρχει άλλη λύση $\theta 2$ για την οποία ισχύει $d_{\theta 2} \leq d_{\theta 1}$ και $c_{\theta 2} \leq c_{\theta 1}$ και μία από τις δύο σχέσεις δεν είναι ισότητα.

Όταν είναι διαθέσιμες οι λύσεις του μη κυριαρχούμενου συνόλου μπορεί να σχεδιαστεί η καμπύλη αντιστάθμισης χρόνου-κόστους του έργου (γνωστής επίσης ως Pareto μέτωπο). Άραξ και προσδιοριστεί η καμπύλη αντιστάθμισης, μπορεί επίσης να προσδιοριστεί και το κυρτό κέλυφος (convex hull) του έργου, η κυρτή καμπύλη των λύσεων που φράσσει όλες τις λύσεις εκ των κάτω (Σχ. 3).

Σημειώνεται ότι αν κατασκευαστεί η καμπύλη χρόνου-κόστους, λύνονται επίσης και τα εξής προβλήματα: α/ Να ελαχιστοποιηθεί η συνολική διάρκεια του έργου, υπό δεδομένο προϋπολογισμό. β/ Να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό άμεσο κόστος, με δεδομένη τη χρονική διάρκεια του έργου. γ/ Να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος του έργου, ίσο με το άθροισμα του άμεσου και του έμμεσου κόστους (Σχ. 2). Τα τρία αυτά προβλήματα, καθώς και το πρόβλημα της εργασίας έχει αποδειχθεί ότι είναι NP-hard [5].

3. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Στον προτεινόμενο γενετικό αλγόριθμο ΓΑ, ένα χρωμόσωμα ή λύση του αρχικού πληθυσμού παράγεται επιλέγοντας τυχαία έναν συνδυασμό χρόνου-κόστους $(d(i,k), c(i,k))$ από τους διαθέσιμους συνδυασμούς $K(i)$ για τη δραστηριότητα i . Ένα χρωμόσωμα αντιστοιχεί σε μια εφικτή λύση και αναπαριστάται με έναν μονοδιάστατο πίνακα n κελιών, στον οποίο ο δείκτης του συνδυασμού k τοποθετείται στο κελί που αναπαριστά την δραστηριότητα i . Ο αρχικός πληθυσμός P_0 , που σχηματίζεται από $p-2$ τυχαία επιλεγμένα χρωμοσώματα και τα δύο ακραία δίκτυα θ^{max} and θ^{min} , εξελίσσεται μέχρι να συμπληρωθεί ένας προκαθορισμένος αριθμός γενεών $maxgenerations$. Σημειώνεται ότι, προκειμένου το θ^{min} να είναι μη κυριαρχούμενη λύση, μη κρίσιμες δραστηριότητες ενδεχομένως εκτελούνται με συνδυασμό μικρότερου κόστους, αν το επιτρέπει το συνολικό περιθώριό τους.

αλγόριθμος ΓΑ()

δημιούργησε τον πληθυσμό P_0 με p λύσεις

γενιά = 0

από $t = 1$ μέχρι p κάνε

$\theta_i \leftarrow EA(\theta_i)$ {το χρωμόσωμα θ_i ανήκει στον πληθυσμό P_0 }

τέλος από

κάνε

προσδιόρισε την καμπύλη αντιστάθμισης και το κυρτό

κέλυφος του πληθυσμού $P_{γενιά}$

$Q \leftarrow αναπαραγωγή(P_{γενιά})$ {αύξησε τον πληθυσμό

προσθέτοντας q λύσεις-απογόνους}

από $t = 1$ μέχρι q κάνε

$\theta_i \leftarrow EA(\theta_i)$ {το χρωμόσωμα θ_i ανήκει στον πληθυσμό Q }

τέλος από

γενιά = γενιά + 1

επέλεξε p χρωμοσώματα από τον πληθυσμό

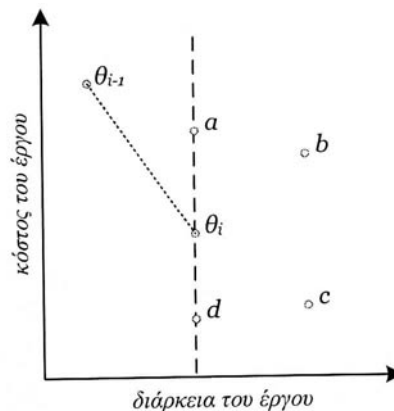
$Q \cup P_{γενιά-1}$ που θα σχηματίσουν την $P_{γενιά}$

ενόσω $γενιά \leq maxγενιές$

τέλος ΓΑ

Ο ευρετικός αλγόριθμος EA χρησιμοποιείται για την τοπική βελτίωση κάθε χρωμοσώματος. Το διάστημα (d^{min}, d^{max}) διαιρείται σε l ίσα τμήματα. Έστω $S(l, l^{i+1})$ το σύνολο των απογόνων-λύσεων θ_r με συνολική διάρκεια d^r στο τμήμα $[l^i, l^{i+1}]$: $l^i \leq l^{i+1}$. Η ευρετική βελτιώνει τη λύση-απόγονο θ_r ορίζοντας μια νέα συνολική διάρκεια του έργου l^{i+1} και παράγοντας μια νέα λύση θ^{i+1} τέτοια ώστε $d^{i+1} \leq l^{i+1}$ και το κόστος c^{i+1} να είναι ελάχιστο (βλ. 3.2).

Κατόπιν ο πληθυσμός αυξάνεται προσθέτοντας q απογόνους-λύσεις (αναπαραγωγή($P_{γενιά}$)). Για την επιλογή των γονέων τους, υπολογίζεται πρώτα η τιμή της προσαρμοστικότητας καθενός από τα p χρωμοσώματα του πληθυσμού. Η τιμή αυτή ισούται με $d_i = \min(d_{ij})$ για όλα τα j , όπου d_i = ελάχιστη απόσταση μεταξύ της λύσης i και κάθε τμήματος j του κυρτού κελύφους [8].



Σχήμα 4: Κατασκευή της καμπύλης αντιστάθμισης.
Figure 4: Construction of the trade-off curve.

Τα χρωμοσώματα κατόπιν κατατάσσονται σε φθίνουσα τάξη σύμφωνα με την ελάχιστη απόστασή τους d_i και οι εν δυνάμει γονείς επιλέγονται εφαρμόζοντας την κατανομή πιθανότητα τάξεως

$$P_r = \frac{2r}{r_{max}(r_{max} + 1)}$$

όπου r είναι η τάξη του χρωμοσώματος και r_{max} η τάξη του καλύτερου χρωμοσώματος. Τοιοιτοτρόπως, η πιθανότητα επιλογής του καλύτερου χρωμοσώματος είναι διπλάσια από

την περίπτωση της διαμέσου, όπου η πιθανότητα επιλογής είναι $1/r_{max}$.

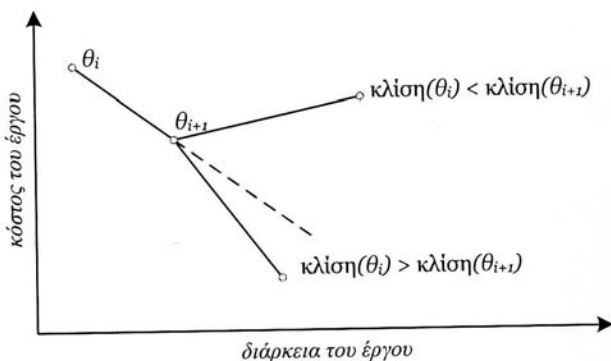
Απαξ και προσδιοριστούν οι δύο γονείς, επιλέγεται ένας τυχαία. Το σημείο της διασταύρωσης ορίζεται στον επιλεγέντα γονέα εκεί όπου βρίσκεται το μισό των κρίσιμων δραστηριοτήτων. Η πρώτη ομάδα χρωμοσωμάτων του ενός γονέα και η δεύτερη του άλλου σχηματίζουν τον απόγονο.

Αφού εφαρμοστεί η τοπική αναζήτηση για την αντικατάσταση των q απογόνων με q τοπικά βέλτιστα, ο πληθυσμός μειώνεται στο αρχικό του μέγεθος επιλέγοντας p λύσεις από τον τρέχοντα πληθυσμό. Η επιλογή είναι ελιτίστικη με την έννοια ότι στον νέο πληθυσμό θα υπάρχουν τα χρωμοσώματα που ανήκουν στην τρέχουσα καμπύλη αντιστάθμισης.

3.1. Κατασκευή του κυρτού μετώπου

Η κατασκευή του κυρτού μετώπου πραγματοποιείται αφού ολοκληρωθεί η κατασκευή του Pareto μετώπου των λύσεων. Έστω θ_{i-1} η τελευταία λύση που εντοπίστηκε ότι ανήκει στην καμπύλη αντιστάθμισης. Εξετάζεται η επόμενη λύση θ_i . Δύο περιπτώσεις μπορεί να ανακύψουν:

- Αν το κόστος της θ_i είναι μεγαλύτερο ή ίσο προς το κόστος της θ_{i-1} , η λύση θ_i δεν ανήκει στην καμπύλη αντιστάθμισης, και εξετάζεται η επόμενη λύση (σημεία a και b , Σχ. 4).
- Αν το κόστος της θ_i είναι μικρότερο από το κόστος της θ_{i-1} , η λύση θ_i είναι το νέο σημείο πάνω στην καμπύλη αντιστάθμισης (σημείο c , Σχ. 4). Στην ειδική περίπτωση όπου οι διάρκειες των δύο λύσεων είναι ίσες, η λύση θ_i αντικαθιστά τη λύση θ_{i-1} πάνω στην καμπύλη αντιστάθμισης (σημείο d , Σχ. 4). Η νέα λύση είναι η αφετηρία για τον εντοπισμό των επόμενων σημείων.



Σχήμα 5: Κατασκευή του κυρτού κελύφους.
Figure 5: Construction of the convex hull.

Το κυρτό κέλυφος κατασκευάζεται επιλέγοντας ένα υποσύνολο της καμπύλης αντιστάθμισης. Τα σημεία πάνω στην καμπύλη αντιστάθμισης ταξινομούνται ως προς την απόστα-

σή τους. Έστω ότι η λύση θ_i ανήκει στο κυρτό κέλυφος και εξετάζεται αν η επόμενη λύση θ_{i+1} ανήκει στο κέλυφος. Για κάθε σημείο i ($i = 1, 2, \dots, n-1$), υπολογίζεται η κλίση:

$$\text{κλίση}(i) = (c_{i+1} - c_i) / (d_{i+1} - d_i)$$

Αν $\text{κλίση}(i) > \text{κλίση}(i+1)$, το σημείο $i+1$ δεν ανήκει στο κυρτό κέλυφος, ειδάλλως ανήκει, και η διαδικασία συνεχίζεται από το σημείο $i+1$ αφού ξανααριθμηθούν τα σημεία (Σχ. 5).

3.2. Η ευρετική ΕΑ

Ξεκινώντας από το δίκτυο θ^{min} , η ευρετική ΕΑ παράγει διαδοχικές εφικτές λύσεις $\theta^{current}$ τέτοιες ώστε $d^i \leq D$, όπου $D < d^{max}$. Μια νέα λύση θ^{new} ορίζεται στη γειτονιά της τρέχουσας λύσης ως εξής: Μία τουλάχιστον δραστηριότητα πρέπει να χαλαρώσει ώστε να μειωθεί το συνολικό άμεσο κόστος. Εάν $d^{τρέχουσα}(i)$ είναι η τρέχουσα διάρκεια και $d^{new}(i)$ είναι η χαλαρωμένη διάρκεια της δραστηριότητας i , τότε $\Delta d = d^{new}(i) - d^{τρέχουσα}(i)$ είναι η αύξηση στη διάρκεια της δραστηριότητας i .

- Εάν η δραστηριότητα i είναι κρίσιμη, τότε η συνολική διάρκεια του έργου αυξάνεται κατά Δd , αν $d^{τρέχουσα} + \Delta d \leq D$.
- Εάν η δραστηριότητα i δεν είναι κρίσιμη, τότε: α/ αν το συνολικό περιθώριο της i είναι μεγαλύτερο ή ίσο του Δd , η διάρκεια της δραστηριότητας i μπορεί να αυξηθεί και η λύση παραμένει εφικτή. β/ Αν το συνολικό περιθώριο της δραστηριότητας i είναι μικρότερο του Δd , η διάρκεια της δραστηριότητας i μπορεί να αυξηθεί μόνον αν η λύση παραμένει εφικτή.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρις ότου να μη μπορεί να χαλαρωθεί καμιά άλλη δραστηριότητα, δίχως να ξεπεραστεί η προκαθορισμένη διάρκεια του έργου. Όταν βρεθεί η δραστηριότητα που παρέχει τη μέγιστη βελτίωση στο κόστος, το δίκτυο επανυπολογίζεται (για μια λεπτομερή περιγραφή βλ. [2]).

4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

4.1. Οργάνωση της υπολογιστικής ανάλυσης

Ο αλγόριθμος αξιολογείται λαμβάνοντας υπόψη τα μέτρα αξιολόγησης που αφορούν

- την ποιότητα των αποτελεσμάτων,
- το πλήθος των λύσεων που εντοπίστηκαν (παράμετρος solutions),
- τον μέσο υπολογιστικό χρόνο (παράμετρος t_{mean}), ο οποίος ισούται με τον λόγο του απαιτηθέντος υπολογιστικού χρόνου σε msec προς τον αριθμό των εντοπισμένων λύσεων.

Η παράμετρος του αλγορίθμου που μελετήθηκε ήταν το μέγεθος του πληθυσμού. Ορίστηκε ως το ακέραιο πολλαπλάσιο του πλήθους των δραστηριοτήτων εισάγοντας την παράμετρο L . Στην υπολογιστική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε έγινε επίλυση για κάθε τιμή στο κλειστό διάστημα [1, 10].

Για να αυξηθεί η αξιοπιστία της υπολογιστικής ανάλυσης για κάθε συνδυασμό των παραμέτρων του αλγορίθμου κάθε δίκτυο επιλύθηκε πέντε φορές, άρα για κάθε δίκτυο πραγματοποιήθηκαν συνολικά $5 \times 10 = 50$ επιλύσεις.

4.1.1. Μορφολογικά χαρακτηριστικά δικτύων

Εξετάζεται η επιρροή των επόμενων μορφολογικών παραγόντων στην απόδοση του αλγορίθμου:

1. Το πλήθος των δραστηριοτήτων του έργου n : Είναι ο βασικός παράγοντας που καθορίζει το μέγεθος του έργου. Κατασκευάζονται δίκτυα με 10, 20, 30, 40 και 50 δραστηριότητες.

Πίνακας 1: Επίπεδα της παραμέτρου CI για κάθε συνδυασμό των παραμέτρων OS και n .

Table 1: Levels of parameter CI for each combination of parameters OS and n .

n	επίπεδο CI	OS			
		20%	40%	60%	80%
10	1	(0)	(0)	(0)	(0)
	2	(1)	(1)	(1 2)	(1)
	3	(2)	(2 3)	(3 4)	(2 3)
	4	(3)	(4 5)	(5 6)	(4 5)
20	1	(3)	(4 5)	(4 5)	(1 3)
	2	(4 5)	(6 7)	(6 8)	(4 7)
	3	(6 7)	(8 9)	(9 11)	(8 11)
	4	(8 9)	(10 12)	(12 14)	(12 15)
30	1	(7 8)	(11 12)	(11 13)	(8 11)
	2	(9 10)	(13 14)	(14 16)	(12 15)
	3	(11 12)	(15 16)	(17 19)	(16 19)
	4	(13 15)	(17 19)	(20 22)	(20 24)
40	1	(11 12)	(17 18)	(19 21)	(16 19)
	2	(13 15)	(19 20)	(22 24)	(20 23)
	3	(16 18)	(21 23)	(25 27)	(24 28)
	4	(19 21)	(24 26)	(28 30)	(29 33)
50	1	(17 18)	(24 25)	(27 29)	(25 28)
	2	(19 20)	(26 27)	(30 32)	(29 32)
	3	(21 23)	(28 30)	(33 35)	(33 37)
	4	(24 26)	(31 33)	(36 38)	(38 42)

2. Η πυκνότητα του δικτύου OS (Order Strength): Ορίζεται ως ο λόγος του πλήθους των τόξων του δικτύου προς το μέγιστο δυνατό πλήθος τόξων.

$$OS = \frac{2m}{n(n-1)}$$

Κατασκευάστηκαν δίκτυα με πυκνότητα 20%, 40%, 60% και 80%.

3. Δείκτης πολυπλοκότητας CI (Complexity Index): Ο δείκτης ουσιαστικά εκφράζει πόσο κοντά βρίσκεται το δίκτυο σε ένα σειριακό/παράλληλο δίκτυο. Χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα επίπεδα, που καθένα περιλάμβανε ένα τμήμα του διαστήματος των τιμών που μπορεί να πάρει ο παράγοντας CI για έναν συνδυασμό των παραγόντων OS και n (Πίν. 1). Παραδείγματος χάρι, $CI = (8|9)$ σημαίνει ότι το συγκεκριμένο επίπεδο περιλαμβάνει δίκτυα με πολυπλοκότητα που βρίσκεται μέσα στο κλειστό διάστημα [8, 9].

Σύνολα προβλημάτων αναφοράς. Στην υπολογιστική ανάλυση τα δίκτυα AoN κατασκευάστηκαν με τη γεννήτρια $RanGen$ των Demeulemeester et al. [6]. Η συγκεκριμένη γεννήτρια επελέγη διότι παρέχει τη δυνατότητα κατασκευής πλήρως τυχαίων δικτύων AoN , προκαθορίζοντας τιμές των παραμέτρων n και OS , και ομαδοποιεί τα παραγόμενα δίκτυα με βάση τον δείκτη CI .

Για την εφαρμογή της ανάλυσης, έπρεπε να σχηματιστούν τουλάχιστον $5 \times 4 \times 4 = 80$ δίκτυα. Προκειμένου, όμως, να αυξηθεί η ακρίβεια της ανάλυσης για κάθε συνδυασμό των επιπέδων των παραγόντων κατασκευάστηκαν 3 δίκτυα, δηλαδή συνολικά 240 δίκτυα.

4.1.2. Κριτήρια αξιολόγησης της απόδοσης του αλγορίθμου

Αντίθετα με τους μονοσκοπικούς αλγορίθμους, στους πολυσκοπικούς αλγορίθμους, στους οποίους το εξαγόμενο είναι ένα σύνολο λύσεων, απαιτούνται πλέον του ενός μέτρων απόδοσης για την αξιολόγηση της ποιότητας των λύσεων.

Η σύγκριση διαφορετικών μεθόδων πολυσκοπικής βελτιστοποίησης περιπλέκεται τόσο από το γεγονός ότι το αποτέλεσμα τους δεν είναι μια μονοδιάστατη λύση, όσο και από το γεγονός ότι το τελικό εξαγόμενο τους μπορεί να μην είναι μια λύση αλλά ένα σύνολο λύσεων.

Για τη σύγκριση των πολυσκοπικών μεθόδων απαιτείται συνήθως η ύπαρξη ενός συνόλου αναφοράς. Αν δεν είναι γνωστό το πραγματικό Pareto μέτωπο, χρησιμοποιείται μια προσέγγισή του. Εν προκειμένου το σύνολο αναφοράς για κάθε δίκτυο είναι το μέτωπο όλων των Pareto λύσεων, οι οποίες προέκυψαν από τις πέντε επιλύσεις του.

Στην υπολογιστική ανάλυση χρησιμοποιούνται πέντε μέτρα απόδοσης. Τα μέτρα απόδοσης $dist1$ και $dist2$ που αφορούν την εγγύτητα του υπό αξιολόγηση συνόλου στο

σύνολο αναφοράς, το μέτρο $dist3$ που αφορά την ομοιόμορφη κατανομή των λύσεων ως προς το σύνολο αναφοράς και τα μέτρα $card$ και s_{ratio} που επιδιώκουν να εκτιμήσουν συνολικά την ποιότητα του συνόλου αναφοράς.

1. Κριτήριο $card$. Το κριτήριο $card$ δίνει το ποσοστό των λύσεων που ανήκουν στο σύνολο αναφοράς R .

$$card = \frac{|M \cap R|}{|R|}$$

όπου R το Pareto μέτωπο αναφοράς και M το υπό αξιολόγηση Pareto μέτωπο.

2. Εγγύτητα του τελικού συνόλου με το σύνολο αναφοράς. Οι Czyzaz και Jaszkiwicz [4] πρότειναν το μέτρο $dist1$, το οποίο παρέχει πληροφορίες σχετικά με τη μέση απόσταση όλων των σημείων του συνόλου αναφοράς από την πλησιέστερη λύση στο σύνολο αναφοράς, και το μέτρο $dist2$, το οποίο παρέχει πληροφορίες σχετικά με τη χειρότερη περίπτωση.

Όσο μικρότερες είναι οι τιμές των δύο μέτρων απόδοσης, τόσο καλύτερη είναι η προσέγγιση του συνόλου αναφοράς από το υπό αξιολόγηση σύνολο.

$$dist1 = \frac{1}{|R|} \sum_{y \in R} \{ \min_{x \in M} \{c(x, y)\} \}$$

$$dist2 = \max_{y \in R} \{ \min_{x \in M} \{c(x, y)\} \}$$

Η ποσότητα $c(x, y)$ εντοπίζει την πλησιέστερη λύση x του υπό αξιολόγηση συνόλου προς τη λύση y του συνόλου αναφοράς.

$$c(x, y) = \max_j \{0, w_j (f_j(x) - f_j(y))\}$$

όπου w_j είναι ίσο με το αντίστροφο της διαφοράς μεταξύ της ελάχιστης και της μέγιστης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης j στο σύνολο αναφοράς.

3. Ομοιομορφία των λύσεων του τελικού συνόλου. Για την ομοιομορφία των λύσεων του προσεγγιστικού συνόλου κατά μήκος του συνόλου αναφοράς από τους Czyzaz και Jaszkiwicz [4] προτείνεται ο λόγος $dist2/dist1$, που για λόγους απλότητας τον συμβολίζουμε με $dist3$. Όσο μικρότερη είναι η τιμή του λόγου, τόσο πιο ομοιόμορφη θεωρείται η κατανομή του τελικού Pareto μετώπου ως προς το βέλτιστο γνωστό σύνολο λύσεων. Η βέλτιστη τιμή του κριτηρίου είναι ίση με τη μονάδα.

4. Αξιολόγηση με βάση το μέτρο απόδοσης s_{ratio} . Προκύπτει από τον υπολογισμό του κριτηρίου S [20], το οποίο προσπαθεί να αξιολογήσει τη συνολική ποιότητα ενός μη κυριαρχούμενου συνόλου λύσεων υπολογίζοντας το μέγεθος της κυριαρχούμενης περιοχής, δηλαδή της περιοχής που κυριαρχείται από αυτό.

Όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος της κυριαρχούμενης περιοχής, τόσο καλύτερης ποιότητας θεωρείται ότι είναι η προσέγγιση του συνόλου αναφοράς. Για ένα πρόβλημα με δύο αντικειμενικές συναρτήσεις αναφερόμαστε στον υπολογισμό μιας επιφάνειας που το μέγεθος της δίνεται από τη

Σχέση

$$S = \sum_{i=1}^{|M|} (|f_1(i) - f_1(0)| \cdot |f_2(i) - f_2(i-1)|)$$

όπου $f(0)$ το σημείο αναφοράς και M το υπό αξιολόγηση σύνολο. Το σημείο αναφοράς $f(0)$ είχε συντεταγμένες $f_1(0) = d^{max}$ και $f_2(0) = c^{max}$.

Η τιμή του S εξαρτάται άμεσα από το εύρος των τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων του προβλήματος. Προκειμένου να υπάρξει καλύτερος τρόπος σύγκρισης της απόδοσης των αλγορίθμων υπολογίζουμε τον λόγο $s_{ratio} = S_M/S_R$. Όσο ο λόγος προσεγγίζει τη μονάδα, τόσο καλύτερη θεωρείται η απόδοση του αλγορίθμου.

4.1.3. Επεξεργασία των αποτελεσμάτων

Με την υπολογιστική ανάλυση επιδιώκεται να εξεταστεί η επίδραση περισσότερων του ενός παραγόντων στην απόδοση ενός αλγορίθμου. Στην περίπτωση αυτή θεωρείται σκόπιμο να πραγματοποιηθεί πλήρης παραγοντική ανάλυση (*full factorial design*) όλων των παραγόντων, ώστε να εξεταστεί ταυτόχρονα η επίδραση στην απόδοση του αλγορίθμου όλων των πιθανών συνδυασμών των επιπέδων των επιλεγέντων παραγόντων [15, 16].

Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την εκτέλεση του πειράματος, εφαρμόζονται δύο μη παραμετρικοί έλεγχοι, ο έλεγχος ANOVA και ο έλεγχος του Duncan. Η εφαρμογή των ελέγχων αυτών έγινε με το λογισμικό SPSS v.13. Ο έλεγχος της ανάλυσης της διακύμανσης (Analysis of Variance, ANOVA) μπορεί να δώσει πολύτιμα συμπεράσματα για ένα δείγμα τιμών, αλλά και να αποτρέψει το ενδεχόμενο παραπλάνησης από παράγοντες που οφείλονται σε στατιστικό σφάλμα. Ο έλεγχος ANOVA υποδεικνύει αν διαφέρουν μεταξύ τους ένα σύνολο πληθυσμών. Δεν ξεχωρίζει, όμως, τους πληθυσμούς που διαφέρουν από τους υπόλοιπους. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με τους ελέγχους σύγκρισης πολλαπλών δειγμάτων, όπως ο έλεγχος του Duncan, ο οποίος προσδιορίζει για κάθε πληθυσμό με ποιον πληθυσμό διαφέρει ή όχι.

Αφού ολοκληρωθούν οι έλεγχοι ANOVA και Duncan, κατασκευάζεται ο συγκεντρωτικός πίνακας ANOVA, στον οποίο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της ανάλυσης για κάθε παράγοντα ανά κριτήριο της ανάλυσης. Κάθε κελί του πίνακα αναφέρεται στη μορφή της επίδρασης που εντοπίστηκε στην τιμή του αντίστοιχου κριτηρίου, όταν αυξήθηκε η τιμή του αντίστοιχου παράγοντα. Στο κελί αυτό τοποθετείται ένα από τα σύμβολα (+), (-), (~) και (0). Το σύμβολο (+), δηλώνει πως η αύξηση της τιμής του παράγοντα είχε θετική επίδραση στην απόδοση του αλγορίθμου για το αντίστοιχο κριτήριο, ενώ το σύμβολο (-) δηλώνει αρνητική επίδραση. Το σύμβολο (~), δηλώνει πως η αύξηση της τιμής του παράγοντα είχε μεν σημαντική επίδραση στην απόδοση του αλγορίθμου για το αντίστοιχο κριτήριο, αλλά δεν προέκυψε ενιαία συμπεριφορά

των επιπέδων του παράγοντα με την μεταβολή της τιμής του κριτηρίου. Τέλος, το σύμβολο (0) δηλώνει ότι η αύξηση της τιμής του παράγοντα δεν είχε καμία επίδραση στην απόδοση του αλγορίθμου για το αντίστοιχο κριτήριο.

Ο πίνακας μεταβολής της μέσης απόδοσης δίνει για κάθε παράγοντα, ανά κριτήριο, την ποσοστιαία μεταβολή της μέσης τιμής του κριτηρίου ανά επίπεδο του παράγοντα. Σκοπός του πίνακα είναι να εντοπιστούν τα κριτήρια στα οποία έχει σημαντικότερη επίδραση η μεταβολή του επιπέδου του παράγοντα.

Σε κάθε κελί της πρώτης σειράς δίνεται (μέσα σε παρένθεση) η τιμή του κριτηρίου (βλ. π.χ. Πιν. 6). Σε κάθε άλλο κελί της στήλης δίνεται η ποσοστιαία μεταβολή ως προς το αμέσως ανώτερο κελί.

Για τους σκοπούς της ανάλυσης κατασκευάστηκε για κάθε παράγοντα της ανάλυσης, ο πίνακας του Duncan όπου ανά κριτήριο, με βάση την απόδοσή τους, διαχωρίζονται τα επίπεδα του παράγοντα σε υποσύνολα. Κάθε υποσύνολο περιέχει τα επίπεδα των παραγόντων (εντός παρενθέσεων) μεταξύ των οποίων η απόδοση δεν διέφερε σημαντικά. Τα υποσύνολα παρατίθενται σε φθίνουσα σειρά με βάση την απόδοση στο αντίστοιχο κριτήριο.

4.2. Αποτελέσματα της υπολογιστικής ανάλυσης

Πριν ξεκινήσει η εφαρμογή των στατιστικών ελέγχων, παρουσιάζονται τα πρώτα συμπεράσματα της υπολογιστικής ανάλυσης στον πίνακα των περιγραφικών στατιστικών (Πιν. 2). Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι απόδοση του αλγορίθμου κυμάνθηκε σε καλά επίπεδα. Στα κριτήρια *dist1*, *dist2*, και *s_{ratio}* οι μέσες τιμές πλησίασαν τις ιδανικές τιμές τους.

Το κριτήριο *card* σε ορισμένες περιπτώσεις ήταν ίσο με τη μονάδα. Η τιμή του t_{mean} ήταν ικανοποιητική, αφού σε καμία περίπτωση δεν ξεπέρασε το 1 msec, ενώ και το πλήθος των λύσεων που επεξεργάστηκε ο αλγόριθμος ήταν ικανοποιητικό, αφού στην πλειονότητα των περιπτώσεων ξεπέρασε τις 1.000 λύσεις. Ειδικότερα, παρατηρήθηκε ότι το κριτήριο *dist1* στο 75% των περιπτώσεων ήταν μικρότερο από 0,055, ενώ το κριτήριο *dist2* ήταν μικρότερο από 0,103. Στα κριτήρια *dist3* και *card* η απόδοση δεν ήταν καλή, στο κριτήριο *dist3* η τιμή του, στο 75% των περιπτώσεων του ήταν μεγαλύτερη από 1,716 ενώ στο κριτήριο *card* ήταν μικρότερη από 0,136. Στο 50% των περιπτώσεων το πλήθος των λύσεων ήταν μεγαλύτερο από 2.463 και το μέγιστο πλήθος τους ήταν 31.463 λύσεις. Τέλος το t_{mean} δεν ξεπέρασε τα 0,71msec.

Μετά την εφαρμογή του ελέγχου *ANOVA* και του ελέγχου *Duncan*, όπου αυτός χρειαζόταν, προέκυψαν τα εξής συμπεράσματα για καθένα από τους παράγοντες της ανάλυσης:

Παράγοντας n: Η απόδοση στα κριτήρια *dist1*, *card* και *s_{ratio}* μειώθηκε, ενώ στο κριτήριο *dist3* αυξήθηκε. Δεν

προέκυψε σαφές συμπέρασμα για το κριτήριο *dist2*, ενώ το t_{mean} και το πλήθος των λύσεων *solutions* αυξήθηκαν (Πιν.4 και 5). Μεγάλη επίδραση παρατηρήθηκε σε όλα τα κριτήρια.

Παράγοντας OS: Η απόδοση μειώθηκε, πλην των κριτηρίων *dist3* και *dist2* για τα οποία δεν προέκυψε σαφές συμπέρασμα, ενώ αυξήθηκε το t_{mean} και μειώθηκε το πλήθος των λύσεων *solutions* (Πιν. 6 και 7). Μεγαλύτερη επίδραση παρατηρήθηκε στα κριτήρια *dist1* και *card*.

Παράγοντας CI: Η απόδοση του αλγορίθμου μειώθηκε σε όλα τα κριτήρια εκτός του *dist3*, το οποίο βελτιώθηκε, ενώ δεν προέκυψε σαφές συμπέρασμα για το πλήθος των λύσεων. Τέλος η τιμή του t_{mean} αυξήθηκε (Πιν. 8 και 9). Μεγαλύτερη επίδραση παρατηρήθηκε στο κριτήριο *card*.

Με βάση τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η αύξηση των τιμών των μορφολογικών παραγόντων του δικτύου που περιγράφουν το μέγεθος του την πυκνότητα του και την πολυπλοκότητα καθιστούν πιο δύσκολη την επίλυση του. Με βάση τη μέση μεταβολή των κριτηρίων προέκυψε ότι τη μεγαλύτερη επίδραση είχε ο παράγοντας *n*.

Παράγοντας L: Αυξήθηκε η απόδοση του αλγορίθμου σε όλα τα κριτήρια εκτός του *dist3*, το πλήθος των λύσεων αυξήθηκε, αλλά ταυτόχρονα το t_{mean} μειώθηκε (Πιν. 10 και 11). Μεγαλύτερη επίδραση παρατηρήθηκε στο πλήθος των λύσεων και στο κριτήριο *card* (Πιν. 10). Έτσι η από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι όσο αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου *L* βελτιώνεται η απόδοση του αλγορίθμου.

Πίνακας 2: Περιγραφικά στατιστικά για τον αλγόριθμο ΓΑ.
Table 2: Statistics for algorithm ΓΑ.

περιγραφικά στατιστικά	dist1	dist2	dist3	card	s _{ratio}	solutions	t _{mean}
μέση τιμή	0,042	0,082	2,490	0,117	0,924	4.098	0,08
τυπική απόκλιση	0,031	0,044	1,436	0,162	0,062	4.448	0,04
εύρος τιμών	0,210	0,375	24,203	0,991	0,433	31.413	0,71
ελάχιστη τιμή	0,000	0,000	1,000	0,009	0,567	13	0,00
μέγιστη τιμή	0,210	0,375	25,203	1,000	1,000	31.426	0,71
τεταρτημόριο 25%	0,019	0,050	1,716	0,023	0,897	943	0,06
τεταρτημόριο 50%	0,032	0,070	2,070	0,044	0,945	2.463	0,08
τεταρτημόριο 75%	0,055	0,103	2,716	0,136	0,969	5.738	0,11

Πίνακας 3: Συγκεντρωτικός πίνακας της ANOVA για τον αλγόριθμο ΓΑ.

Table 3: ANOVA table for algorithm ΓΑ.

κριτήριο	παράγοντας			
	<i>n</i>	<i>OS</i>	<i>CI</i>	<i>L</i>
dist1	-	~	-	+
dist2	~	-	-	+
dist3	+	~	+	-
card	-	-	-	+
<i>s_{ratio}</i>	-	-	-	+
solutions	+	-	~	+
<i>t_{mean}</i>	-	-	-	+

Πίνακας 4: Ποσοστιαία μεταβολή της μέσης απόδοσης του παράγοντα *n*.Table 4: Percent variation of the average performance of the factor *n*.

<i>n</i>	<i>dist1</i>	<i>dist2</i>	<i>dist3</i>	<i>card</i>	<i>s_{ratio}</i>	<i>solutions</i>	<i>t_{mean}</i>
10	(0,033)	(0,084)	(3,726)	(0,319)	(0,937)	(844,052)	(0,049)
20	8,97%	-8,42%	-30,72%	-65,90%	-0,40%	183,46%	30,24%
30	17,45%	3,31%	-16,17%	-41,18%	-0,98%	71,32%	26,45%
40	10,28%	3,89%	-7,18%	-22,26%	-0,85%	40,30%	22,16%
50	4,68%	2,77%	-1,92%	-12,75%	-0,59%	28,75%	21,85%

Πίνακας 5: Ο έλεγχος Duncan για τον παράγοντα *n*.Table 5: Duncan's test for the factor *n*.

κριτήριο	διάταξη επιπέδων παραγόντων
<i>dist1</i>	(10) (20) (30) (40) (50)
<i>dist2</i>	(20) (30) (40,10) (10,50)
<i>dist3</i>	(50,40) (30) (20) (10)
<i>card</i>	(10) (20) (30) (40) (50)
<i>s_{ratio}</i>	(10) (20) (30) (40) (50)
<i>solutions</i>	(50) (40) (30) (20) (10)
<i>t_{mean}</i>	(10) (20) (30) (40) (50)

Πίνακας 6: Ποσοστιαία μεταβολή της μέσης απόδοσης του παράγοντα *OS*.Table 6: Percent variation of the average performance of the factor *OS*.

<i>OS</i>	<i>dist1</i>	<i>dist2</i>	<i>dist3</i>	<i>card</i>	<i>s_{ratio}</i>	<i>solutions</i>	<i>t_{mean}</i>
0,20	(0,040)	(0,084)	(2,540)	(0,139)	(0,933)	(4.498,548)	(0,073)
0,40	5,07%	-1,10%	-5,91%	-18,65%	-0,89%	-6,70%	13,73%
0,60	-4,09%	-6,03%	4,85%	-3,21%	-0,01%	-1,52%	4,41%
0,80	8,61%	2,76%	0,67%	-3,58%	-1,21%	-13,78%	0,91%

Πίνακας 7: Ο έλεγχος Duncan για τον παράγοντα *OS*.Table 7: Duncan's test for the factor *OS*.

κριτήριο	διάταξη επιπέδων παραγόντων
dist1	(0,20, 0,60) (0,40) (0,80)
dist2	(0,60) (0,80) (0,40,0,20)
dist3	(0,40, 0,60) (0,60, 0,80, 0,20)
card	(0,20) (0,40, 0,60) (0,60, 0,80)
<i>s_{ratio}</i>	(0,20) (0,40, 0,60) (0,80)
solutions	(0,20) (0,40, 0,60) (0,80)
<i>t_{mean}</i>	(0,20) (0,40) (0,60, 0,80)

Πίνακας 8: Ποσοστιαία μεταβολή της μέσης απόδοσης του παράγοντα *CI*.Table 8: Percent variation of the average performance of the factor *CI*.

<i>CI</i>	<i>dist1</i>	<i>dist2</i>	<i>dist3</i>	<i>card</i>	<i>s_{ratio}</i>	<i>solutions</i>	<i>t_{mean}</i>
1	(0,040)	(0,081)	(2,656)	(0,129)	(0,929)	(4.065,442)	(0,081)
2	2,53%	0,30%	-5,28%	-4,38%	-0,41%	1,57%	2,35%
3	1,54%	1,79%	-3,03%	-7,88%	-0,17%	1,19%	0,97%
4	1,06%	0,15%	-3,76%	-9,30%	-0,30%	-3,79%	0,71%

Πίνακας 9: Ο έλεγχος Duncan για τον παράγοντα CI
Table 9: Duncan's test for the factor CI.

κριτήριο	διάταξη επιπέδων παραγόντων
dist1	(1,2) (2,3,4)
dist2	(1,2) (2,3,4)
dist3	(4) (3) (2) (1)
card	(1) (2) (3) (4)
s _{ratio}	(1) (2) (3) (4)
solutions	(1,2,4) (1,2,3)
t _{mean}	(3,4) (2,3) (1)

Πίνακας 11: Ο έλεγχος Duncan του παράγοντα L.
Table 11: Duncan's test for the factor L.

κριτήριο	διάταξη επιπέδων παραγόντων
dist1	(10,8,9) (9,7) (7,6) (5) (4) (3) (2) (1)
dist2	(10,8) (8,9) (7,6) (5) (4) (3) (2) (1)
dist3	(1,2) (3) (4) (5) (6) (7) (8,9) (10)
card	(10,9,8) (7) (6) (5) (4) (3) (2) (1)
s _{ratio}	(10,8) (9) (9,7) (7,6) (5) (4) (3) (2) (1)
solutions	(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)
t _{mean}	(1) (2) (3,4,5,6,7,8,9,10)

Πίνακας 10: Ποσοστιαία μεταβολή της μέσης απόδοσης του παράγοντα L.
Table 10: Percent variation of the average performance of the factor L.

L	dist1	dist2	dist3	card	s _{ratio}	solutions	t _{mean}
1	(0,094)	(0,160)	(1,731)	(0,033)	(0,818)	(341,903)	(0,093)
2	-39,99%	-34,34%	12,91%	49,29%	9,31%	226,20%	-9,07%
3	-19,89%	-15,54%	8,71%	44,35%	2,50%	68,85%	-3,38%
4	-17,99%	-13,28%	8,56%	28,77%	1,75%	49,62%	-0,40%
5	-8,04%	-7,30%	6,13%	22,98%	0,63%	30,43%	-0,23%
6	-7,20%	-6,03%	6,95%	19,22%	0,52%	23,74%	-0,51%
7	-2,73%	-2,57%	2,34%	7,23%	0,16%	15,89%	-0,38%
8	-8,67%	-5,71%	10,29%	16,85%	0,54%	20,58%	0,97%
9	3,90%	1,48%	1,14%	3,06%	-0,22%	10,65%	-0,63%
10	-5,98%	-5,26%	3,49%	9,47%	0,37%	13,03%	0,86%

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η αντιστάθμιση χρόνου-κόστους είναι κεντρικό πρόβλημα στον προγραμματισμό και τη διαχείριση των τεχνικών έργων. Στην εργασία αναπτύχθηκε ένας υβριδικός αλγόριθμος που κατασκευάζει την καμπύλη χρόνου-κόστους του χρονοπρογράμματος έργου με διακριτούς συνδυασμούς χρόνου-κόστους για τις δραστηριότητες.

Ο αλγόριθμος προγραμματίστηκε στο Microsoft Project και πραγματοποιήθηκε εκτενής υπολογιστική ανάλυση σε τυχαία παραγόμενα έργα με σκοπό να ελεγχθούν και να βελτιωθούν οι αποδόσεις του. Από την υπολογιστική ανάλυση προέκυψαν πολύ καλά αποτελέσματα όσον αφορά την ποιότητα της παρεχόμενης λύσης.

Τέλος, σημειώνεται ότι η εργασία αυτή είναι μία από διάφορες υπολογιστικές μεθόδους που αξιολογούνται με σκοπό να αναπτυχθεί ένα Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων, βασισμένου σε μεταερευνητικούς και πολυσκοπικούς αλγόριθμους, σε περιβάλλον Microsoft Office, στο οποίο αντιμετωπίζονται προβλήματα του χρονοπρογραμματισμού έργων.

6. ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. Aarts E., Lenstra J. K., "Introduction" in Aarts E., Lenstra J. K. (eds.), *Local Search in Combinatorial Optimization*, J. Wiley, 1997, 1-17.
2. Anagnostopoulos K. P., "A Fast Algorithm for Time Compression in Project Scheduling", *Operational Research, An International Journal*, 2(3), 2002, 407-417.
3. Crowston W. B., Thompson G. L., "Decision CPM: A Method for Simultaneous Planning, Scheduling and Control of Projects", *Operations Research*, 15, 1967, 407-426.

4. Czyża P., Jaskiewicz A., “Pareto Simulated Annealing-A Metaheuristic Technique for Multiple-objective Combinatorial Optimization”, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 7, 1998, 34-47.
5. De P., Dunne E. J., Wells C. E., “The Discrete Time-Cost Trade-Off Problem Revisited”, *European Journal of Operational Research*, 64, 1995, 225-238.
6. Demeulemeester E., Vanhoucke M., Herroelen W., “RanGen: A Random Generator for Activity-on-the-Node Networks”, *Journal of Scheduling*, 6, 17-38.
7. Demeulemeester E.L., Herroelen W.S., *Project Scheduling—A Research Handbook*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2002.
8. Feng C.-W., Liu L., Burns S. A., “Using Genetic Algorithms to Solve Construction Time-Cost Trade-off Problems”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 11(3), 1997, 184-189.
9. Fulkerson D. R., “A Network Flow Computation for Project Cost Curve”, *Management Science*, 7, 3, 1961, 167-178.
10. Kelly J. E., “Critical Path Planning and Scheduling: Mathematical Basis”, *Operations Research*, 9, 3, 1961, 167-179.
11. Leu S.-S., Chen A.-T., Yang C.-H., “A GA-based Fuzzy Optimal Model for Construction Time-Cost Trade-off”, *International Journal of Project Management* 19, 2001, 47-58.
12. Li H., Love P., “Using Improved Genetic Algorithms to Facilitate Time-Cost Optimization”, *Journal of Construction Engineering and Management*, 123, 3, 1997, 234-237.
13. Liu L., Burns S. A., Feng C.-W., “Construction Time-Cost Trade-off Analysis using LP/IP Hybrid Method”, *Journal of Construction Engineering and Management*, December, 1995, 446-454.
14. Meyer W. L., Shaffer L. R., “Extending CPM for Multiform Project Time-Cost Curves”, *Journal of the Construction Division, Proceedings of the ASCE*, 91, 1965, 45-65.
15. Montgomery D.C., *Design and Analysis of Experiments*, 3rd edn. John Wiley, New York, 1991.
16. Rardin R. L., Uzsoy R., “Experimental Evaluation of Heuristic Optimization Algorithms: A Tutorial”, *Journal of Heuristics*, 7, 2001, 261-304.
17. Reeves C. R., “Genetic Algorithms” in Reeves C. R. (ed.), *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, McGraw-Hill, 1995, 151-196.
18. Shtub A., Bard J.F., Globerson S., *Διαχείριση Έργων: Διαπραγμάτευση, Μεθοδολογίες και Τεχνικοοικονομική, Επιμέλεια-Εισαγωγή: Κ. Π. Αναγνωστόπουλος*, Εκδόσεις Επίκεντρο, Θεσσαλονίκη, 2008.
19. Zheng D. X. M., Ng S. T., Kumaraswamy M. M., “Applying a Genetic Algorithm-Based Multiobjective Approach for Time-Cost Optimization”, *Journal of Construction Engineering and Management*, 130(2), 2004, 168-176.
20. Zitzler E., Thiele L., “Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(4), 1999, 257-271.

Κ. Π. Αναγνωστόπουλος

Πολιτικός Μηχανικός-Οικονομολόγος, Αναπληρωτής Καθηγητής, Τομέας Συστημάτων Διοίκησης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης, Πολυτεχνική Σχολή Δ.Π.Θ., 671 00 Ξάνθη.

Α. Κώτσικας

Πολιτικός Μηχανικός, Υποψήφιος Διδάκτορας Δ.Π.Θ., Μοσχοπόλεως 2, 503 00, Σιάτιστα.

Extended summary

Construction of the Time-Cost Trade-off Curve in Activity Networks Using a Hybrid Algorithm

K. P. ANAGNOSTOPOULOS

Associate Professor DUTH

L. KOTSIKAS

PhD Candidate

Abstract

Since the duration of an activity can be decreased if more resources are given for its realization, thus increasing its direct cost, the need for choosing the appropriate resources arises in project scheduling. In this paper, a hybrid algorithm is proposed for constructing the time-cost trade-off curve, in projects with discrete time-cost combinations in the activities. The algorithm consists of a genetic algorithm, which is hybridized by incorporating a heuristic algorithm in order to improve its performance. An extensive computational analysis is also performed.

The “time-cost trade-off” problem has become a central issue in construction planning and control since the initial development of project scheduling techniques [7, 9, 10, 18]. Whilst time-cost trade-off problems have been extensively studied in the case of continuous time-cost relationships, little has been achieved in the more realistic case of the discrete time-cost trade-off problem. The discrete time-cost trade-off problem is a hard combinatorial problem, in the sense that exact procedures can only resolve problems of relatively small dimensions [5]. Consequently, efforts have been focused on the development of heuristic and metaheuristic algorithms [2, 5, 8, 11, 12].

Let $G = (N, A)$ be the AoN network of a project. Let $K(i)$ be the set of the possible discrete time-cost combinations $(d(i,k), c(i,k))$ with which activity i can be performed, where $d(i,k)$ is the duration; and $c(i,k)$ the direct cost of activity i when it is performed with combination k . A feasible solution θ is the network G , with a feasible duration $d(i,k)$ associated with each activity. The network has total duration d_θ , equal to the longest path from the start node to the finish node of the network, and total direct cost c_θ , equal to the sum of the activities’ direct cost. The time-cost trade-off problem is to find a feasible network, θ , such that the total direct cost and the duration of the project will be minimized. Since there are two objective functions, the problem is a multiobjective optimization one. The time-cost curve is the set of the non-dominated solutions, or the so-called Pareto front.

We propose a hybrid algorithm for constructing the

Submitted: July 7, 2008 Accepted: Nov. 17, 2008

time-cost trade-off curve in projects with discrete time-cost combinations in the activities. The algorithm consists of a genetic algorithm ΓA , which is hybridized by incorporating a heuristic algorithm $E A$ to improve its performance.

A chromosome or solution of the initial population corresponds to a network schedule and is generated by selecting randomly a time-cost combination for each activity. The population is increased by adding q offspring solutions (subroutine $\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha(P_{\gamma\epsilon\nu\alpha})$). First, the Pareto front and then the convex hull are constructed (fig. 4 and 5). Second, the fitness value of p chromosomes of population is calculated. The fitness value is equal to the minimum distance between a solution and each segment of the convex hull [8]. The chromosomes are then ranked in descending order, according to their minimum distance, and their potential parents are selected by applying a rank probability distribution. In this selection mechanism the probability of selecting the best individual is double than in the case of the median. Once the two parents are defined, one is randomly selected. The crossover point is defined for the selected parent as the point where half of the critical activities are located. The first block of chromosomes of the one parent and the second of the other parent are used to form the offsprings.

Each individual is improved locally by using the heuristic $E A$. After applying the heuristic $E A$ for the substitution of the q offspring solutions by q local optima, the population is reduced to its initial size by selecting p solutions from the current population. The selection is elitist in the sense that the new population contains all the members of the current trade-off curve.

The following morphological factors are taken into account in the evaluation of the algorithm:

1. Number of activities n : networks were generated with 10, 20, 30, 40 and 50 activities.
2. Network density OS (Order Strength): networks were generated with density 20, 40, 60 and 80%.
3. Complexity Index CI : four levels were used (Table 1).

The 240 AoN networks used in the evaluation were

generated using the random networks generator RanGen [6].

Five quality metrics are used:

- dist1
- dist2
- dist3 = dist2/dist1
- $card = \frac{|M \cap R|}{|R|}$
- $s_{ratio} = S_M/S_R$ which is derived from the criterion S [20], where R is the Pareto front of reference and M the Pareto front to be evaluated.

A full factorial design was constructed to test the influence of various factors on the algorithm's performance [15, 16]. ANOVA and Duncan's tests were applied in order to analyze the computational results.

The results of the analysis are shown in Tables 2 to 11. We conclude that the increase in the number of the morphological factors render its solution substantially more difficult. Based on the averaged performance of criteria, factor n has the most influence. The number, L, of chromosomes was also studied in order to optimize the algorithm's performance

K. P. Anagnostopoulos

Civil Engineer-Economist, Associate Professor, Department of Production Engineering and Management, School of Engineering, Democritus University of Thrace, 671 00 Xanthi.

L. Kotsikas

Civil Engineer, PhD Candidate, Moschopoleos 2, 503 00, Siatista.